

КРИВОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

КРАДОЖОН СЕРГІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 621.3.025: 622.794.4

ДИСЕРТАЦІЯ

**Розроблення математичної моделі та вибір параметрів конвеєрної
технологічної транспортно-зневоднювальної системи для підготовки
подрібнених продуктів збагачення залізних руд**

133 – Галузеве машинобудування

13 – Механічна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____С.О. Крадожон

Науковий керівник - **Замицький Олег Володимирович**, доктор технічних
наук, професор

Кривий Ріг - 2022

АНОТАЦІЯ

Крадожон С.О. Розроблення математичної моделі та вибір параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для підготовки подрібнених продуктів збагачення залізних руд – Кваліфікаційна робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 133 «Галузеве машинобудування» – Криворізький національний університет, Кривий Ріг, 2022.

Дисертаційна робота є закінченим науковим дослідженням, у якому вирішено актуальне наукове завдання, що має важливе практичне значення з підвищення ефективності процесу сушіння подрібнених продуктів збагачення шляхом вибору раціональних параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для використання у гірничій галузі.

Так на основі проведеного аналізу способів сушіння тонкодисперсних матеріалів, конструкцій сушарок виявлено, що способи, які використовуються на цей час, мають певні недоліки. Одним із можливих способів удосконалення процесу сушіння може бути застосування комбінованого способу сушіння тонкодисперсних матеріалів внутрішніми джерелами тепла.

У ході аналітичних досліджень було розроблено математичну модель, яка повністю описує процес сушіння тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму; одержано аналітичні залежності для визначення кінцевої вологості та температури матеріалу.

Для проведення лабораторних досліджень було розроблено лабораторну установку для досліджень процесу сушіння тонкодисперсних матеріалів прямим впливом електричного струму. У результаті проведених експериментів було підтверджено адекватність математичної моделі, встановлено вплив конструктивних і технологічних параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи.

На підставі одержаних даних було розроблено лабораторну установку для

зневоднення подрібнених продуктів збагачення комбінованим способом. Було проведено експерименти та на їх підставі виявлено раціональні параметри процесу. Доведено, що найбільшу ефективність витискання крапельної вологи можна досягти при зануренні електродів на 60-65% у шар матеріалу; виявлено, що мінімізація питомих витрат енергії при комбінованому методі зневоднення досягається при напруженості змінного електричного струму від $6,5 \cdot 10^3$ до $8,5 \cdot 10^3$ В/м.

У результаті проведеного дослідження було розроблено установку для зневоднення подрібнених продуктів збагачення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання та методику розрахунку конструктивних параметрів сушильної установки; методику розрахунку кінцевої вологості матеріалу.

Таким чином поставлена в роботі мета була досягнута за рахунок обґрунтування параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для сушіння подрібнених продуктів збагачення внутрішніми джерелами тепла в умовах електричного нагрівання та на основі встановлених закономірностей, які розкривають вплив конструктивних і технологічних параметрів на процес сушіння.

Ключові слова: сушіння, тонкодисперсні матеріали, енергоефективність, продукти збагачення, математична модель, зневоднення, конструктивні параметри, конвеєрна транспортно-зневоднювальна система.

Список публікацій здобувача: Основні положення та результати дисертації опубліковано в таких працях:

Статті в наукових періодичних виданнях інших держав або України, включені до міжнародних наукометричних баз

1. Zamytskyi O. V., Holiver N. O., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Mathematical model of the process of drying fine dispersed materials under the influence of alternating electric current. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2021. No. 3. P. 51–56. DOI: 10.33271/nvngu/2021-3/051. *(Входить до переліку міжнародних наукометричної бази Scopus).*

Статті в наукових фахових виданнях

2. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Інноваційні технології в процесі сушки тонкодисперсних матеріалів. *Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць*. Кривий Ріг, 2019. Вип. 48. С. 83–88. DOI: 10.31721/2306-5451-2019-1-48-83-88.

3. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Лабораторні, дослідження комбінованого методу зневоднення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагріву. *Вісник ВПІ*. Вип. 1, С. 21–27, Берез. 2022. DOI: 10.31649/1997-9266-2022-160-1-21-27.

4. Замицький О. В., Крадожон С. О. Методика розрахунку конструктивних та технологічних параметрів установки для комбінованої сушки продуктів збагачення прямим впливом змінного електричного струму. *Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць*. Кривий Ріг, 2021. Вип. 53, С.126-131. DOI: 10.31721/2306-5451-2021-1-53-126-131.

Статті та тези у виданнях конференцій

5. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Дослідження сучасного стану питання сушки тонко дисперсних матеріалів // Сучасні технології розробки рудних родовищ. Еколого-економічні наслідки діяльності підприємств ГМК. До 85-річчя заснування НДГРІ : збірник наукових праць за результатами роботи V Міжнародної науково-технічної конференції (Кривий Ріг, 23–24 листопада 2018 р.) / Кривий Ріг : Вид. Р. А. Козлов, 2018. С. 78-79

6. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Способи інтенсифікації сушіння тонкодисперсних матеріалів в гірничій промисловості // Всеукраїнська науково-практична конференція студентів та молодих учених «Актуальні питання енергоефективності гірничо-металургійного виробництва». Кривий Ріг, 2019 р., С. 42.

7. Zamytskyi O. V., Holiver N. O., Kradozhon S. O. Research of state-of-the-art issues of drying fine materials // Розширюючи обрії: зб. тез тринадцятого міжнар. форуму студ. і молодих учених, 19 – 20 квітня 2019 р., м. Дніпро / за

ред. С.І. Кострицької; М-во освіти і науки України; Дніпровська політехніка. Д.: ДП, 2019, С. 89-90.

8. Замицький О. В., Крадожон С. О. Дослідження методу сушки тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму // Topical issues of science and practice, Abstracts of VII International Scientific and Practical Conference London, Great Britain November 02-06, 2020, С. 718-721.

9. Замицький О. В., Крадожон С. О. Економічний метод сушки тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму // Proceedings of IV International Scientific and Practical Conference Kharkiv, Ukraine 1-3 November 2021, С. 326-329.

A N N O T A T I O N

Kradozhon S.O. Development of a mathematical model and selection parameters of a conveyor technological transport-dewatering system for the preparation of crushed iron ore beneficiation products. – Qualification work on the rights of manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of philosophy on a specialty 133 "Mechanical engineering" – the Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih, 2022.

The dissertation is a completed scientific research in which an urgent scientific task is solved, which has an important practical significance of increasing the efficiency of the drying process of crushed beneficiation products by choosing rational parameters of the conveyor technological transport-dewatering system for use in the mining industry.

So, on the basis of the analysis of the methods of drying finely dispersed materials, designs of dryers, it was established that the currently used methods have certain shortcomings. One of the possible ways to improve the drying process can be the use of a combined method of drying chopped enrichment products with internal heat sources.

In the course of analytical research, a mathematical model was developed that fully describes the process of drying finely dispersed materials under the influence of

alternating electric current; obtained analytical dependences for determining the final humidity and temperature of the material.

To conduct laboratory research, a laboratory setup was developed to study the process of drying finely dispersed materials under the direct influence of electric current. As a result of the conducted experiments, the adequacy of the mathematical model was confirmed, the influence of the structural and technological parameters of the conveyor technological transport-dehydration system was established.

On the basis of the obtained data, a laboratory installation was developed for dehydration of chopped enrichment products by a combined method. Experiments were conducted and rational parameters of the process were found based on them. It has been proven that the greatest efficiency of squeezing out droplet moisture can be achieved when the electrodes are immersed by 60-65% in the material layer; it was found that the minimization of specific energy consumption with the combined method of dehydration is achieved at an alternating electric current intensity of $6.5 \cdot 10^3$ to $8.5 \cdot 10^3$ V/m.

As a result of the conducted research, a plant for dehydration of chopped enrichment products with internal heat sources under electric heating conditions and a methodology for calculating the design parameters of the drying plant were developed; method of calculating the final moisture content of the material.

In that way, the goal set in the work was achieved due to the improvement of the conveyor technological transport-dehydration system of chopped enrichment products and on the basis of established laws that reveal the influence of structural and technological parameters on the drying process.

Keywords: drying, finely dispersed materials, energy efficiency, enrichment products, mathematical model, dehydration, structural parameters, conveyor transport-dehydration system.

List of publications of the applicant: The main provisions and results of the dissertation are published in the following works:

Articles in scientific periodicals of other states or Ukraine, which are included in international scientometric databases

1. Zamytskyi O. V., Holiver N. O., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Mathematical model of the process of drying fine dispersed materials under the influence of alternating electric current. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2021. No. 3. P. 51–56. DOI: 10.33271/nvngu/2021-3/051. (Included in the list of international scientometric database Scopus).

Articles in scientific professional publications

2. Zamitsky O. V., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Innovative technology in the process of drying fine-dispersed materials. *Bulletin of Kryvyi Rig National University: coll. Sciences. work*. Kriviy Rig, 2019. Issue 48. P. 83–88. DOI: 10.31721/2306-5451-2019-1-48-83-88.

3. Zamitsky O. V., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Laboratory studies of the combined method of dehydration with internal heat sources in the conditions of electric heating. *Bulletin of the VPI*, Issue 1. P. 21–27, March. 2022. DOI: 10.31649/1997-9266-2022-160-1-21-27.

4. Zamytskyi O.V., Kradozhon S. O. Methodology for calculating the structural and technological parameters of the installation for the combined drying of enrichment products under the direct influence of alternating electric current. *Bulletin of Kryvyi Rig National University: coll. of science works*. Kryvyi Rih, 2021. Issue 53, P.126-131. DOI: 10.31721/2306-5451-2021-1-53-126-131.

Articles and abstracts in conference publications

5. Zamitsky O. V., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Research of the current state of the issue of drying finely dispersed materials //Modern technologies for the development of ore deposits. Environmental and economic consequences of the activities of HMC enterprises. To the 85th anniversary of the founding of the National Scientific Research Institute: a collection of scientific works based on the results of the 5th international scientific and technical conference. (Kriviy Rig, 23–24 leaf fall, 2018) / Kriviy Rig: View. R. A. Kozlov, 2018. P.78-79

6. Zamitsky O. V., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Methods of intensification of drying of finely dispersed materials in the mining industry // All-Ukrainian scientific and practical conference of students and young scientists "Actual issues of energy efficiency of mining and metallurgical production". Kriviy Rig, 2019, P.42.

7. Zamytskyi O.V., Holiver N. O., Kradozhon S. O Research of state-of-the-art issues of drying fine materials // Expansions: sb. abstracts of the thirteenth intern. forum stud. and young scientists, April 19 - 20, 2019, Dnipro / edited by S.I. Kostrytska; Ministry of Education and Science of Ukraine; Dniprovsk Polytechnic. D.: DP, 2019, P.89-90.

8. Zamitsky O.V., Kradozhon S. O. Research of the method of drying finely dispersed materials under the influence of alternating electric current // Topical issues of science and practice, Abstracts of VII International Scientific and Practical Conference London, Great Britain November 02-06, 2020, P .718-721.

9. Zamitsky O.V., Kradozhon S. O. An economical method of drying finely dispersed materials under the action of alternating electric current // Proceedings of IV International Scientific and Practical Conference Kharkiv, Ukraine 1-3 November 2021, P. 326-329.

З М І С Т

	ВСТУП	12
РОЗДІЛ 1.	АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МЕТОДІВ СУШІННЯ ТОНКОДИСПЕРСНИХ МАТЕРІАЛІВ	19
1.1	Характеристика сушильних матеріалів залежно від вибору способів сушіння	19
1.2	Електромеханічні властивості гірничих порід	22
1.3	Шляхи підвищення ефективності сушіння тонкодисперсних матеріалів	24
1.4	Тепломасообмін процесів сушіння тонкодисперсних матеріалів	26
1.5	Обладнання сушіння тонкодисперсних матеріалів	28
1.5.1	Способи сушіння тонкодисперсних матеріалів	28
1.5.2	Математичні моделі процесів сушіння	39
1.6	Висновки до розділу 1	40
РОЗДІЛ 2.	РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ВПЛИВОМ ЗМІННОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ	41
2.1	Диференційне рівняння тепло- й масообміну в капілярно-пористому тілі в умовах електричного нагрівання	41
2.2	Аналітичне розв'язання диференційного рівняння в сталих умовах нагріву	44
2.3	Аналітичне розв'язання диференційного рівняння в умовах нестационарної теплопровідності	49
2.4	Вплив вологовмісту зовнішнього середовища на процес сушіння	72
2.5	Висновки до розділу 2	76
РОЗДІЛ 3.	ЛАБОРАТОРНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ	77

	СУШІННЯ	ВПЛИВОМ	ЗМІННОГО	
	ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ			
3.1	Перевірка адекватності математичної моделі сушіння тонкодисперсних матеріалів			77
3.1.1	Методика лабораторних досліджень перевірки адекватності математичної моделі			77
3.1.2	Опис лабораторної установки			78
3.1.3	Порядок виконання експериментів та обробки результатів			80
3.1.4	Перевірка залежності кінцевої вологості матеріалу в процесі сушіння тонкодисперсних матеріалів			82
3.1.5	Результати експериментів і аналіз одержаних даних			85
3.2	Лабораторні дослідження зневоднення продуктів збагачення комбінованим способом			103
3.3	Висновки до розділу 3			112
РОЗДІЛ 4.	РОЗРОБЛЕННЯ	РЕКОМЕНДАЦІЙ	ІЗ	113
	УПРОВАДЖЕННЯ			
	КОНВЕЄРНОЇ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ ТРАНСПОРТНО-ЗНЕВОДНЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ СУШІННЯ			
	ВПЛИВОМ ЗМІННОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ			
4.1	Конструктивна схема конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи сушіння подрібнених продуктів збагачення			113
4.2	Методика розрахунку конструктивних і технологічних параметрів сушильної установки			114
4.2.1	Перевірочний розрахунок кінцевої вологості матеріалу			116
4.3	Техніко-економічне обґрунтування застосування конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для зневоднення			120

	подрібнених продуктів збагачення	
4.4	Висновки до розділу 4	123
	ВИСНОВКИ	124
	СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	126
Додаток А	Довідка впровадження результатів дисертаційної роботи	133
Додаток Б	Довідка впровадження результатів дисертаційної роботи	134

ВСТУП

Розроблення ефективних методів сушіння й термообробки дисперсних матеріалів набуває важливого практичного значення у зв'язку з високими вимогами, які висовуються до якості готової продукції, і необхідністю переходу до енерго- та заощаджувальних технологій.

Підвищення ефективності зневоднення осадів шламової крупності досягається за рахунок збільшення швидкості видалення рідини, зниження кінцевої вологості матеріалу й виробничих площ, зайнятих устаткуванням, на якому виконується зневоднення, підвищення продуктивності апаратів, зменшення їх вартості та загалом витрат на процес. Багатьма дослідженнями, які проводилися раніше й продовжують виконуватися й нині, встановлено напрями вдосконалення механічного зневоднення шляхом додавання до пульпи поверхнево-активних речовин, прогрівання осаду парою, продування стисненим повітрям, додаванням спеціальних присадок, механічного впливу на осад та іншими методами.

Проблеми, що виникають при сушінні осадів шламової крупності, залишаються актуальними й у наш час, особливо в умовах ринкових відносин, коли підприємства прагнуть знизити витрати на переробку сировини й випускати продукти, що відповідають вимогам споживачів не тільки за змістом корисної маси, але й за вологістю. При цьому механічні методи зневоднення є найбільш низьковитратними й досить ефективними.

Сушіння шламових продуктів збагачення виконується у дві стадії - механічними й термічними (для концентратів) методами. Для цього найчастіше використовують фільтрування під дією різниці тисків і сушіння. Останній процес серед усієї технології вуглезбагачення є найбільш дорогим та екологічно небезпечним. У зв'язку з цим вітчизняні та зарубіжні дослідження спрямовані на підвищення ефективності механічних методів сушіння, у перебігу яких встановлено залежності швидкості видалення вологи від властивостей парової структури осадів, що є основою теорії фільтрації.

При цьому є проблеми, пов'язані з будовою парового середовища осадів, так як дослідження його є складним завданням. Найбільші труднощі виникають при сушінні шламових осадів, які мають високорозвинену поверхню частинок, й обумовлені наявністю капілярних явищ, а також особливими властивостями рідини в тонких каналах.

Підвищена вологість продуктів збагачення порушує технологічні процеси агломерації та призводить до додаткових витрат палива. Розроблення нових технічних рішень для удосконалення процесу сушіння подрібнених продуктів збагачення потребує наукового обґрунтування, заснованого на закономірностях тепомасообмінних процесів, що протікають при сушінні концентратів та агломераційних шламів.

Отже, установлення закономірностей процесу сушіння подрібнених продуктів збагачення впливом змінного електричного струму, що дозволить встановити раціональні параметри конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для зниження вологості подрібнених продуктів збагачення є **актуальним науковим завданням**.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тематика роботи пов'язана із: Законом України № 5460-VI від 16.10.2012 «Про пріоритетні напрями інноваційної діяльності в Україні», зокрема зі статтею 4, п.1 «Освоєння нових технологій транспортування енергії, впровадження енергоефективних, ресурсозберігаючих технологій, освоєння альтернативних джерел енергії».

Тема дисертації відповідає науковому напрямку кафедри гірничих машин та обладнання Криворізького національного університету, а саме: установлення закономірностей робочих процесів гірничих машин, комплексів і агрегатів з урахуванням впливу навколишнього середовища та проявлення у системі внутрішніх і зовнішніх зв'язків; є одним із наукових напрямів науково-дослідної роботи «Підвищення якості процесів проектування, виготовлення та експлуатації машин» № 0118U006690.

Мета та завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є обґрунтування конструктивних та технологічних параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для підготовки подрібнених продуктів збагачення залізних руд внутрішніми джерелами тепла в умовах електричного нагрівання.

Об'єкт дослідження: процеси, що протікають при сушінні подрібнених продуктів збагачення залізних руд внутрішніми джерелами тепла в умовах електричного нагрівання в конвеєрній технологічній транспортно-зневоднювальній системі.

Предмет дослідження: конструктивні параметри конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для підготовки подрібнених продуктів збагачення залізних руд внутрішніми джерелами тепла в умовах електричного нагрівання.

Відповідно до поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

1. Провести аналіз сучасних методів сушіння подрібнених продуктів збагачення.
2. Розробити математичну модель тепло–масообмінних процесів у капілярно-пористому тілі при сушінні внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання для підготовки тонкодисперсних продуктів збагачення.
3. За допомогою математичної моделі тепло- і масообмінних процесів у капілярно-пористому тілі при сушінні в умовах електричного нагрівання встановити закономірності для визначення раціональних конструктивних параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи.
4. Визначити раціональні конструктивні параметри конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для підготовки подрібнених продуктів збагачення залізних руд в умовах електричного нагрівання.
5. Розробити рекомендації щодо промислового використання конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи.

Методи дослідження. У праці використовувалися методи: теоретичні та експериментальні методи дослідження; теорії подібності та розмірностей при виведенні рівняння інтенсивності тепломасообміну в капілярно-пористому тілі; математичного моделювання для встановлення закономірностей, які протікають у конвеєрній технологічній транспортно-зневоднювальній системі при сушінні подрібнених продуктів збагачення залізних руд внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання; фізичного моделювання при перевірці теоретичних залежностей, одержаних для процесів сушіння тонкодисперсних матеріалів; математичної статистики для оброблення результатів лабораторних експериментів.

Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій забезпечуються: аналітичними та експериментальними дослідженнями, проведеними в лабораторних умовах; багаторазовим дублюванням основних експериментів, усередненням експериментальних даних, використанням теорії ймовірності та математичної статистики; зіставленням розрахункових значень з експериментальними даними, розбіжність між якими не перевищує 12% при інтервалі довірчої ймовірності 0,88.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в такому:

Наукові положення:

1. На підставі фізичних уявлень про процес сушіння капілярно-пористого матеріалу отримала подальший розвиток математична модель, що зв'язує за допомогою рівнянь математичної фізики температуру й вологовміст у пластині з капілярно-пористого матеріалу в умовах електричного нагріву.

2. Доведено вперше, що при сушінні внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання шлаків аглофабрики з початковою вологістю 15-20% раціональний час сушіння повинен обиратися в межах 35-45 с до кінцевої вологості 10%, що забезпечує мінімізацію питомих втрат енергії до 0,8 кВт·год на 1 кг видаленої вологи.

3. Установлено вперше, що мінімізація енерговитрат забезпечується при зануренні електродів на глибину 60-65% шару матеріалу за рахунок утворення зон термічного сушіння й фільтрування.

4. Установлено вперше, що мінімізація питомих витрат енергії при комбінованому методі зневоднення досягається при напруженості змінного електричного струму від $6,5 \cdot 10^3$ до $8,5 \cdot 10^3$ В/м, що дозволяє вибрати раціональну відстань між електродами установки.

Наукова новизна:

- отримала подальший розвиток математична модель тепло- масообмінну у капілярно-пористому тілі, шляхом врахування внутрішніх джерел теплоти в умовах електричного нагрівання, що дозволило встановити закономірності процесів, які протікають при сушінні подрібнених продуктів збагачення;
- встановлено вперше залежності для визначення параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд впливом змінного електричного струму, що дозволяє підвищити якість кінцевої продукції;
- набув подальшого розвитку метод сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд впливом змінного електричного струму, за рахунок фільтрації, яка утворюється парою крапельної вологи з шару матеріалу, що дозволяє різко знизити енерговитрати.

Практичне значення:

На підставі результатів дисертаційної праці:

- розроблено методику розрахунку конструктивних та експлуатаційних параметрів установки для сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд комбінованим способом;
- розроблено методики розрахунку вологості й температури під час сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд комбінованим способом, для перевірного розрахунку конструктивних параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи;

- розроблено рекомендації з промислового використання конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд комбінованим способом.

Результати роботи також використовуються у навчальному процесі Криворізького національного університету на кафедрі теплоенергетики та на кафедрі гірничих машин та обладнання для підготовки фахівців за спеціальністю 133 – Галузеве машинобудування, довідка про впровадження від 23.01.2023 р. (див. Додаток А) та за спеціальністю 144 – Теплоенергетика, довідка про впровадження від 24.01.2023 р. (див. Додаток Б).

Особистий внесок здобувача. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, особисто здобувачеві належить: розроблення математичної моделі процесу тепломасообміну в умовах нестационарної теплопровідності з внутрішніми джерелами тепла системи із сушіння тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму [1]; виявлення недоліків у наявних методах сушіння тонкодисперсних матеріалів та пропозиція способу з удосконалення контактного методу сушіння з використанням змінного електричного струму [2,5-8]; підготовка експериментальної системи до проведення досліджень (проектування, складання й тестування); пошук раціональних параметрів роботи конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи (час контактування, площа контакту між матеріалом та сировиною, сила струму, величина реалізованої потужності) [3,9]; розроблення методик розрахунку конструктивних і технологічних параметрів сушильної установки тонкодисперсних продуктів збагачення комбінованим способом [4].

Апробація результатів дисертації. Результати й основні положення праці здобувач доповідав та обговорював на таких заходах: V Міжнародна науково-технічна конференція «Сучасні технології розробки рудних родовищ. Еколого-економічні наслідки діяльності підприємств ГМК. До 85-річчя заснування НДГРІ», (Кривий Ріг, 23–24 листопада 2018 р.); Всеукраїнська науково-практична конференція студентів та молодих учених «Актуальні

питання енергоефективності гірничо-металургійного виробництва», (Кривий Ріг, 2019 р.); Тринадцятий міжнародний форум студентів і молодих учених, (Дніпро, 19 – 20 квітня 2019 р.); Topical issues of science and practice Abstracts of VII International Scientific and Practical Conference London, (Great Britain November 02-06, 2020); Proceedings of IV International Scientific and Practical Conference (Kharkiv, Ukraine 1-3 November 2021).

Публікації. Основні результати праці опубліковано в 3 фахових статтях та 1 статті в міжнародній наукометричній базі Scopus, 5 збірниках праць конференцій.

Обсяг і структура роботи. Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 62 найменувань та додатків. Загальний обсяг роботи складає 134 сторінки, зокрема 107 сторінок основного тексту, 37 рисунків, 20 таблиць.

Роботу виконано на кафедрі гірничих машини та обладнання Криворізького національного університету.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МЕТОДІВ СУШІННЯ ТОНКОДИСПЕРСНИХ МАТЕРІАЛІВ

Основоположними, що містять фундаментальні дослідження в галузі установок для сушіння матеріалів, є праці таких учених: Ликов О.В., Лебедев П.Д., Рудобашта С.П., Сажин В.Б., Корягін О.О., Акулич П.В., Коновалов В.І. [36,38,58,59,60,49].

Значний внесок у розвиток процесів підготовки шихтових матеріалів та сушіння зробили такі вчені: Муштаєв В.І., Шумков С.І., Головин Г.С., Скрипченко Г.Б., Рубан В.О., Фролов В.Ф., Сидоренко Ю.О., Агафонов Д.А. Засельський В.Й., Добротворський С.С., Олійник Т.А., Савельєв С.Г., Замицький О.В., [14,25,37,43,44,65,66,67,68].

1.1. Характеристика сушильних матеріалів залежно від вибору способів сушіння

Об'єкти сушіння - вологі матеріали – здебільшого це гетерогенні багатокомпонентні структури. Це, принаймні, двокомпонентні структури зі взаємопроникними компонентами: твердим «скелетом» і речовиною, що заповнює порожнечу. Такі структури макроскопічно неоднорідні, часто анізотропні, і не мають зазвичай адекватної фізико-математичної моделі. Вони можуть бути неоднорідними за хімічним складом, тримати повітряні краплі, вологу, пов'язану зі скелетом і в різному фазовому стані, домішки, забруднення [10].

До тонкодисперсних і тонкомолотих матеріалів належать [11]:

неактивні домішки-наповнювачі природного походження (до тонкості помелу цементу):

глинисті ґрунти (важка глина, суглинки, супісок) – гірська уламкова порода, пов'язана глинистою зв'язкою;

леси – багаті вапном бурі та світло-жовті пухкі відкладення вапняно-піщаної глини;

маршаліт – природна кварцова пудра, що утворилася в результаті вивітрювання кварцовмісних гірських порід і здебільшого складається з найдрібніших зерен кристалічного кварцу;

глинисті, піщані, кременисті та доломітизовані вапняки – осадові гірські породи, що складаються з уламків раковин і панцирів різних мікроорганізмів, з дрібних кристалічних зерен вапняного шпату (кальциту) і частково органіту;

піски – пухка суміш зерен розміром 0 ... 5 мм, які утворилися в результаті вивітрювання твердих гірських порід, що складається в основному з кристалічного кварцу;

пісковики – осадова гірська порода, що складається із зцементованих зерен кристалічного кварцу;

вапняки-черепашники – великопориста осадова гірська порода, що утворилася із зцементованих вапняних раковин [12].

Неактивні мінеральні домішки-наповнювачі – відходи промислового виробництва:

колошниковий пил – пилоподібні частинки залізовмісної руди, що вловлюються скруберами з відведених доменних газів і складаються з оксидів Fe_3O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 ;

мелена горіла порода – тонкодисперсний матеріал, який є відходом вуглевидобутку і складається переважно з оксидів Fe_3O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 , CaO , MgO та інших.

Мінеральні домішки-наповнювачі, одержувані з перерахованих вище сировинних матеріалів, повинні відповідати таким технічним вимогам:

тонкість помелу (дисперсність) – щонайменше $3500 \text{ см}^2 / \text{г}$ питомої поверхні або не більше 15% за масою залишку на ситі № 008;

домішки повинні бути однорідними й постійними за речовим складом і не містити домішки.

Відомо з [13], що на збагачувальних фабриках широко застосовують процеси, які здійснюються у водних середовищах (збагачення у важких суспензіях, у гідро- і гвинтових сепараторах), у перебігу яких поряд із

відділенням мінеральних домішок у матеріалі залишається значна кількість баласту – води. Тому заключними операціями в процесах збагачення є механічне й термічне зневоднення продуктів збагачення, у першу чергу – залізнорудних концентратів та шламів.

Було обрано матеріали, що відрізняються як за крупністю, так і за хімічним складом: залізні концентрати, шлами аглофабрики. Ці матеріали можна віднести до особливо важкофільтрованих через великий вміст у них класу -10 мкм. Величина частинок коливається в межах від 0,01 мм до 0,16 мм (табл. 1.1).

Таблиця 1.1. Гранулометричний склад продуктів збагачення

Продукт	Клас крупності, мм		Вихід класу, %
Концентрат збагачувальної фабрики		+ 0,16	0,3
	- 0,16	+ 0,1	0,3
	- 0,1	+ 0,074	1,2
	- 0,074	+ 0,044	35,1
	- 0,044	+ 0,03	23,2
	- 0,03	+ 0,02	13,7
	- 0,02	+ 0,01	17,4
	- 0,01		8,8
Шлами аглофабрики		+2	12,2
	- 2	+ 0,16	9,2
	- 0,16	+ 0,1	2,1
	- 0,1	+ 0,074	3,1
	- 0,074	+ 0,044	12,8
	- 0,044	+ 0,03	4,2
	- 0,03	+ 0,02	5,1
	- 0,02	+ 0,01	13,8
	- 0,01		37,5

У цей час на збагачувальних фабриках найчастіше використовують барабанні сушарки та труби сушарки [14], що істотно здорожчує процес і робить можливим неконтрольоване підсмоктування повітря. З урахуванням високих температур газового теплоносія (вище 700° С) це може призводити до погіршення технологічних характеристик матеріалу, що висушується (окислення). У продуктах збагачення залишкову вологість доводять до 10%.

1.2. Електроmechanічні властивості гірничих порід

У сухому стані дисперсні матеріали, що піддаються сушінню, здебільшого діелектрики. У вологому стані один і той же матеріал при впливі на нього електромагнітного поля може бути залежною від частоти струму f , що створює поле, або діелектриком, або провідником, або технічним провідником. При цьому матеріал буде виявляти різну здатність розсіювати у формі теплоти енергію, яка не переноситься полем, що обумовлено різними механізмами реагування на вплив електромагнітного поля в діелектриках, провідниках і напівпровідниках [15].

У вологому матеріалі можуть мати місце всі види поляризації, властиві діелектрикам і напівпровідникам: електронна, обумовлена пружним зсувом і деформацією електронних оболонок атомів відносно ядер; іонна, обумовлена пружним зсувом і деформацією пружно-зв'язаних іонів; дипольна, обумовлена орієнтацією диполів і радикалів полярних речовин відносно напрямку поля [16].

Чисельні значення характеристик електрофізичних властивостей об'єктів сушіння залежать від багатьох чинників: хімічного складу матеріалу, кількості та складу його колоїдної частини; структури матеріалу, його пористості, форми й розміру пор; хімічного складу, фазового стану, виду вологи в порах матеріалу, його вмісту вологи; концентрації розчинених у волозі електролітів і їх температури; параметрів електричного нагрівача (частоти струму й напруженості поля). Характер впливу на ці значення частоти струму, вмісту вологи й температури об'єкта сушіння залежить не тільки від співвідношень об'ємів і значень характеристик властивостей окремих компонентів об'єкта сушіння, але й від характеру розподілення компонентів за обсягом матеріалу. Реальний характер розподілення компонентів, обумовлений фізико-хімічною будовою об'єкта сушіння, вельми складний і, як правило, не піддається математичному опису. Зазначені обставини істотно ускладнюють розрахунок характеристик електрофізичних властивостей об'єктів сушіння за відомими значеннями характеристик окремих компонентів, а також аналіз впливу на ці

характеристики різних чинників – частоти струму, вмісту вологи й температури матеріалу тощо [17].

У праці [18] проведено аналіз способів знеміцнення гірських порід, що дозволяють знизити енерговитрати на їх дроблення й подрібнення. Ставилося завдання оцінки електромеханічної чутливості різних мінералів, з урахуванням їх електричних і механічних властивостей. Було розглянуто способи електричного, магнітного та електромагнітного впливу. Проаналізувавши залежності в роботі, стає зрозуміло, що для оцінювання чутливості мінералу до електромагнітного впливу не важливо, якою напруженістю діє електричне поле на матеріал. Необхідно знати діелектричну проникність мінералу і його модуль пружності. Чим більша діелектрична проникність матеріалу і чим менше значення модуля пружності цього матеріалу, тим більший вплив на нього робить сила, що діє на дефекти (некомпенсований заряд) у мінералі в електричному полі. У праці визначено коефіцієнт електромеханічної чутливості для найбільш поширених мінералів, таких як кварц, кальцит, пірит, доломіт, цинкіт та ін., що представлені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2. Механічні та електричні властивості мінералів [18]

Найменування мінералу	Діелектрична проникність ϵ	Модуль пружності E , ГПа	λ - коефіцієнт електромеханічної чутливості, $\lambda \cdot 10^{-9}$ Па ⁻¹ , ГПа ⁻¹
Кварц	5,1	96	0,053
Пірит	42	140	0,3
Гематит	25	212	0,118
Ортоклаз	5,7	63	0,090
Доломіт	6,8	80	0,085
Кальцит	7,5	83	0,090
Цинкіт	11-14,4	125	0,088-0,1152
Берил	3,9-7,8	246	0,016-0,032
Турмалін	5,6-8,2	200-215	0,028-0,38

З огляду на нерівномірність в електричних і механічних властивостях мінералів, що входять до складу гірської породи, на межі мінеральних зерен виникають структурні напруження. Простежується аналогія із впливом на мінерал температурного поля, якою можна скористатися для оцінювання структурних напружень в мінеральних зернах при електричному впливі.

Якщо розглядати теплове розширення неоднорідних твердих тіл, якими є гірські породи, то при зміні температури на межі мінеральних зерен виникають локальні термічні напруження (структурні термічні напруження) у зв'язку з неоднаковим значенням коефіцієнтів теплового розширення й модуля пружності різних мінералів. При досягненні цими напруженнями граничних значень відбувається розрив міжзернових зв'язків, що призводить до дискретного теплового розширення гірських порід.

У праці [19] було проаналізовано зв'язок параметрів електромагнітних сигналів з електричними характеристиками гірських порід. Експерименти проводилися на зразках гірських порід, відібраних на Таштагольському родовищі в Кемеровській області. Досліджувалися скарни (епідотові, гранат-магнетитові, епідот-гранатові); сієніти; мікросієніти; діоритовий порфірит; метаморфічний сланець і магнетитова руда. Досліджувані зразки гірських порід володіють різною електропровідністю, зумовленою природою провідності пороудотвірних і акцесорних або рудних мінералів, а також структурними особливостями, пористістю й вологістю. Так магнетитова руда має високу провідність, її питомий опір порядку 10^3 Ом·м і менш. Однак ефективність механоелектричного перетворення в магнетитовій руді буде визначатися не тільки електричними властивостями основного мінералу – магнетиту, а й вмістом інших мінеральних вкраплень, а також структурними особливостями.

1.3. Шляхи підвищення ефективності сушіння тонкодисперсних матеріалів

На відміну від пастоподібних і рідких матеріалів, умови сушіння сипучих матеріалів здебільшого мало впливають на технологічні й споживчі властивості висушених продуктів. Тому при розробленні технології сушіння сипучих

матеріалів орієнтуються в першочергово на можливість максимальної інтенсифікації процесу сушіння.

Процес сушіння матеріалів, зокрема продуктів збагачення, як відомо, залежить від вологості, розмірів частинок матеріалу та способу їх укладання, гідродинамічних умов обтікання частинок сушильним агентом і параметрів середовища. Сукупність цих чинників визначає характер протікання процесу сушіння.

Відомо, що в барабанній сушарці мають місце два види теплообміну – контактний і конвективний. Причому більша частина тепла переданого матеріалу, що висушується, припадає на конвективний теплообмін. Кількість тепла, переданого в барабанній сушарці матеріалу конвективним способом, до 20 разів перевищує кількість тепла, переданого контактним способом. Інтенсивність конвективного теплообміну в барабанній сушарці, своєю чергою безпосередньо залежить від розкриття поверхні частинок. Чим сильніше розсіяно матеріал по площині барабана, тим більша площа відкритої для конвективного теплообміну поверхні частинок.

Узагальнюючи вищесказане можна побачити, що ефективність сушіння продуктів збагачення (концентратів) в барабанній сушарці істотно залежить від рівномірності та площі матеріалу, який падає з лопаток внутрішніх пристроїв барабана.

Практика проєктування й експлуатації барабанних сушильних установок показує, що регулювання кута нахилу стандартних лопаток сушильного барабана не призводить до значного збільшення площі завіси матеріалу в перерізі барабана. При зменшенні кута нахилу лопаток відносно дотичної до обводу барабана в точці кріплення лопатки матеріал починає зсипатися пізніше, і завіса матеріалу, що падає, пересувається вліво. При збільшенні ж кута нахилу лопаток матеріал починає зсипатися раніше, і завіса матеріалу зміщується вправо. При центральному розташуванні завіси її площа буде максимальною, але при цьому залишиться недостатньою, а області справа та зліва залишаться вільними від завіси.

У праці [20] описано метод модернізації конструкції лопаток у барабані з метою підвищення результативності теплообмінних процесів. Основним параметром, що відображає сипкість дисперсного матеріалу, є кут природного укосу. Це максимально можливий кут φ між поверхнями, якими обмежені схили масиву сипучого матеріалу, і горизонтальною площиною [21].

1.4. Тепломасообмін процесів сушіння тонкодисперсних матеріалів

Матеріали, що піддаються сушінню, різноманітні й мають значні відмінності за хімічною природою, структурою, фізичними та гігроскопічними властивостями. Класифікація висушуваних матеріалів за певними характеристиками істотно полегшує завдання вибору оптимального методу сушіння й ефективного типу сушильного апарата. Основними чинниками, що визначають термодинаміку й кінетику процесу сушіння, є форма енергії зв'язку вологи з матеріалом. На цьому принципі академік П.О. Ребіндер розробив фізично обґрунтовану класифікацію, згідно з якою розрізняють такі форми зв'язку вологи з матеріалом у порядку убутання величини енергії зв'язку: хімічну (чітко визначене стехіометричне співвідношення вологи й сухої речовини), що включає іонний і молекулярний зв'язок; фізико-хімічну (різні, але нечітко визначені співвідношення), що включає адсорбційний і осмотичний зв'язок; фізико-механічну (певне співвідношення вологи й сухої речовини), що включає капілярну вологу різних видів [22].

У випадку тонкодисперсних матеріалів згідно з роботою В. І. Муштаєва тонкодисперсні матеріали, представлені у вологому шарі сипучого матеріалу, можна віднести до класу капілярно-пористих матеріалів (транспорт розподільної речовини відбувається за системою пор).

При розрахунку процесів сушіння необхідно знати такі характеристики дисперсних матеріалів, як розміри та форма частинок, їх поверхню й розподіл за гранулометричним складом, щільність і внутрішня структура [23].

Дисперсність є якісною термодинамічною характеристикою системи, що визначає величину поверхні розділення фаз. Характеристикою дисперсності

служує ступінь дисперсності s , тобто ступінь роздробленості речовини дисперсної фази, що представляє величину, обернену розмірам частинок [24]

$$s = \frac{1}{l}, \quad (1.1)$$

де l – лінійний розмір, що визначає крупність частинок (діаметр, довжину сторони частинки або осередка сита, найбільший розмір проєкції частинки і т.п.

Реальні дисперсні системи складаються, як правило, з частинок різного розміру, з цього при аналізі процесів з полідисперсними матеріалами повинне бути відомим розподілення частинок за розмірами, тобто гранулометричний склад матеріалу. Він визначається методами ситового, седиментаційного, мікроскопічного та іншими методами [25].

Про електричну провідність ізотропних об'єктів сушіння судять за питомою об'ємного опору ρ_v .

Ізотропні мають однакові властивості в усіх напрямках; анізотропні, властивості яких залежать від напрямку; до макроскопічно ізотропних КМ відносять: дисперсно-зміцнені сплави, псевдосплави й хаотично армовані композити; до анізотропних композитних матеріалів – матеріали, волокна яких орієнтовані в певних напрямках.

Провідність анізотропних матеріалів характеризують максимальною (внутрішньою) питомою провідністю – провідність у тому напрямку, у якому вона набуває найбільшого значення,

$$\rho_v = \frac{E}{\sigma}, \text{ Ом}\cdot\text{м}, \quad (1.2)$$

де σ – питома електрична провідність, $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$,

E – напруженість електричного поля.

Здебільшого процес сушіння тонкодисперсних матеріалів можна розділити на дві стадії: початкову стадію (нестационарний тепловий режим) і стадію регулярного режиму.

Перша стадія характеризується тим, що зміна температурного поля в часі істотно залежить від особливостей початкового теплового стану тіла, і тому

характер процесу не визначається однозначно умовами нагрівання та властивостями тіла. Однак поступово вплив початкових умов все більше і більше втрачається; навпаки, вплив умов нагрівання й фізичних властивостей тіла стає визначальним [26].

На практиці трапляються випадки, коли теплота виникає всередині об'єму тіла за рахунок внутрішніх джерел, наприклад, за рахунок виділення джоулевої теплоти при проходженні електричного струму по провідниках; виділення або поглинання теплоти при протіканні низки хімічних реакцій; об'ємного виділення теплоти в тепловидільних елементах атомних реакторів унаслідок гальмування осколків поділу ядер атомного пального тощо. У такому разі в умовах нагрівання, що змінюються всередині тіла, регулярний режим не настає. Оскільки об'ємне тепловиділення може бути не тільки рівномірним, але й нерівномірним. Для таких процесів важливим є поняття потужності внутрішніх джерел теплоти. Ця величина, що позначається q_v , визначає кількість теплоти, що виділяється одиницею об'єму тіла за одиницю часу, вона вимірюється у Вт/м³.

1.5. Обладнання сушіння тонкодисперсних матеріалів

1.5.1. Способи сушіння тонкодисперсних матеріалів

Питання сушіння тонкодисперсних матеріалів широко висвітлені в працях: О. В. Ликова, О. В. Замицького [42,43], Б. С. Сажина [56,57], В. І. Коновалова [58], Arun S. Mujumdar [59], Helmuth Resch [60], С. С. Кочетова [61], Т. Ф. Кисельова [62], О.О. Корягіна [36] та інших.

Способи зневоднення матеріалів поділяються на механічні й теплові. До механічних способів належать: відсмоктування, фільтрування, центрифугування та ін. Механічні способи зі зміною тиску можливі лише в тому разі, якщо сушильні матеріали допускають якусь деформацію. Недоліком є невисока кінцева вологість продукту [27-31].

Теплові способи видалення вологи набули найбільшого поширення. Вони так само поділяються на природні та штучні. Природне сушіння відбувається на відкритому повітрі без штучного нагрівання та без відведення сушильного

агента (повітря). Цей спосіб відрізняється великою тривалістю сушіння, причому процес не регулюється й матеріал має порівняно високу кінцеву вологість. У хімічній промисловості майже виключно застосовують штучне сушіння, тобто сушіння за допомогою нагрітого сушильного агента (димові гази, повітря, пара та ін.), який після поглинання ним вологи з матеріалу відводиться спеціальними витяжними пристроями (вентиляторами тощо) [32-34].

При сушінні тонкодисперсних матеріалів найбільш часто використовують апарати таких конструкцій: камерні, барабанні, конвеєрні, шнекові, із псевдозрідженим шаром, зі струмами високої частоти. Вибір конструкції сушильних установок залежить від багатьох чинників, а саме: від властивостей матеріалу, вимог, що висуваються до висушеного матеріалу, технологічних режимів сушіння, виду сушильного агента та його параметрів, способу підведення теплоти, виду теплоносія, компактності установки, умов її обслуговування тощо. Камерні сушильні апарати мають найпростішу конструкцію серед усіх вищеперерахованих [35].

Для виявлення «найкращого» способу сушіння тонкодисперсних матеріалів проаналізуємо детальніше кожен з них.

Барабанні сушарки. Ці пристрої широко поширені завдяки своїй простій конструкції та ефективності. Сушильний барабан застосовують не тільки для деревини, але й для інших сипучих матеріалів – лушпиння різних культур, піску та різної мінеральної сировини. Основне призначення пристрою – сушіння матеріалів з дрібною фракцією за допомогою топкових газів або гарячих повітряних потоків. Безперервна дія обертання, ворушіння та гарячого повітря дозволяють швидко та рівномірно випарувати вологу з великого обсягу сировини.

Барабан – це горизонтально встановлений циліндр із листової сталі завтовшки до 2 см. У діаметрі він може налічувати від 1 до 3 метрів. Довжина циліндра – від 6 метрів. Пристрій часто встановлюється із ухилом 3-5% на опорні ролики. Один із роликів оснащений контролером, який повідомляє про

зміну положення камери. З одного боку до камери підключений топковий блок, з іншого боку, – матеріал приймає розвантажувальна камера [36].

Обертання барабана здійснюється за допомогою закріпленої всередині камери вінцевої шестерні, яка з'єднується з ведучою шестернею та приводом. За хвилину пристрій робить до 8 повних обертів. Усередині різні за конструкцією барабани можуть мати рельєф, мішалки, виступи, які допомагають ворушити сировину, розбивати грудки, що злежалися, просувати їх уперед до розвантажувального люка.

Улаштування барабанних сушарок передбачає зовнішнє завантаження сипких матеріалів. Для цього зазвичай використовуються шнекові чи скребкові транспортери.

Отже, тріска та пил завантажуються в камеру й починають під нахилом переміщатися по стінках униз до розвантажувального відсіку. Внутрішні лопаті та рельєфи барабана розбивають грудки сировини, що злежалися. З камери топки або з теплогенератора всередину циліндра нагнітається нагріта до 600-700 °С газоповітряна суміш. Вона обдає матеріал та нагріває його. Волога безперервно випаровується. Просушений матеріал вивантажується через люк. Після проходження через камеру газу охолоджуються до температури 80-120 °С і далі прямують у циклон. Там із них виділяється забруднювальні речовини.

Недоліки барабанної сушарки. Недоліками агрегату зазвичай називають його великі розміри. Таку конструкцію непросто транспортувати та встановити в загальному ланцюзі комплексу. Проблеми з габаритами роз'язуються за допомогою секційних конструкцій, які дозволяють легко перевозити та збирати барабан на місці встановлення.

Ще один недолік – висока ціна пристрою за рахунок металомісткості та складності виробництва [37].

Тунельні сушарки. Найпростіший варіант тунельної сушарки є суцільний прямолінійний канал з рейковим шляхом. По дорозі в напрямку теплоносія просуваються вагонетки із заготовками для сушіння. Тунельна сушарка працює за досить простим принципом. За допомогою прямолінійного

каналу продукти переміщуються дільницями, на які впливають високі температури.

Тунельне обладнання для сушіння часто використовують на виробництвах, де необхідно переміщати продукти в нагрівальні зони при певній швидкості.

Інфрачервоні тунельні сушарки належать до електроустаткування. Установлені ІЧ-нагрівачі відмінно піддаються регулюванню та виробляють контрольоване нагрівання конкретних зон каналу. Регулювання нагрівання можна проводити способом налаштування швидкості руху транспортерної стрічки. У саму сушарку вмонтовані вентилятори, необхідні для створення інтенсивної повітряної циркуляції в робочій камері. За рахунок цього процес сушіння проходить значно швидше.

Складові деталі сушильного обладнання виготовляються з міцних сталевих листів. Нагрівальна камера утеплена матами з базальтового матеріалу. Транспортерна стрічка виготовлена з термостійкого матеріалу на основі тефлону. Параметри сушарки регулюються завдяки електронному блоку керування. Завдяки йому можна встановлювати швидкість переміщення продукції стрічкою, контролювати інтенсивність циркуляції повітря в камері й автоматично керувати температурою робочої зони [36].

Насамперед у сушарці продукти досушуються та підігріваються. Далі візки проходять зоною випалювання під високими температурами й виходять на зону охолодження. Вентиляційна система потрібна для нагнітання повітря в охолоджувальному відділі сушарки. Гаряче повітря при цьому виводиться в зону випалювання.

Така проста конструкція тунельної сушарки має недоліки. Основним недоліком є різниця температур по висоті сушильного каналу печі. Ця різниця температур може вплинути на якість продуктів та продуктивність сушарки.

Камерні сушильні установки із псевдозрідженим шаром. Сушарки зі зваженим шаром характеризуються високими відносними швидкостями руху фаз та розвиненою поверхнею контакту. Основні гідродинамічні режими:

пневмотранспорт; закручені потоки; псевдозрідження; фонтанування. При істотному зменшенні в процесі сушіння маси частинок дисперсного матеріалу застосовуються режими вільного фонтанування й киплячого шару. Серед цих сушарок найбільш поширені пневматичні, вихрові камери, апарати з киплячим і фонтануючим шаром, вібраційні.

Висушуваний матеріал подається з бункера живильником у шар матеріалу, «киплячого» на газорозподільній решітці в камері сушіння. Сушильний агент – гаряче повітря або топкові гази, розведені повітрям, яке подається в змішувальну камеру вентилятором, – проходить із заданою швидкістю отвори решітки та видаляється через верхній патрубок сушильної камери. Далі відпрацьовані гази очищаються від віднесеного пилю в циклоні й батарейному пиловловлювачі, після чого викидаються в атмосферу.

Сушильна камера має розріз, що розширюється догори, при цьому швидкість газу внизу камери повинна перевищувати швидкість осадження найбільших частинок, а вгорі – бути меншою за швидкість осадження найдрібніших частинок.

При підвищенні швидкості руху сушильного агента динамічний тиск газу потоку зростає, наближаючись за значенням до тиску шару матеріалу. Частинки матеріалу при цьому починають переміщатися в межах шару. Об'єм, який займає матеріал, збільшується, а шар стає псевдозрідженим.

В установках цього типу висота зваженого шару залежить від розмірів частинок матеріалу й тиску, створюваного вентилятором, і становить 200-700 мм. Температура газів на вході в установку 300-400 °С, температура газів, що відходять, 100-125 °С, питома витрата теплоти 5000-6000 кДж/кг випареної води [37].

Так як температура газів, що відходять, невелика, але перевищує температуру висушеного матеріалу, для підвищення ефективності та економічності установок доцільно висушуваний матеріал розташовувати в кілька ярусів по ходу потоку газів.

Труби сушарки. Основне завдання цих сушарок - поєднати повноцінне сушіння дрібнороздробленого матеріалу за короткий термін при рівномірній якості висушування всього матеріалу з пневмотранспортом по вертикальній трубі. Швидкість підйому частинок визначається різницею в швидкості транспортувальних газів і швидкості витання частинок, яка тим більша, чим більший їхній розмір і щільність та вища температура газів. Для збільшення продуктивності та полегшення регулювання сушіння у зваженому стані слід якомога дрібніше попередньо розмелювати матеріал, установивши найвигідніший ступінь подрібнення шляхом техніко-економічних порівнянь щодо витрати електроенергії на помел і тепла на сушіння, і якщо труб сушарок є кілька, подавати в кожну трубу матеріал фракції, встановлюючи відповідний режим.

Труби сушарки відрізняє простота пристрою, малі капітальні витрати й незначна виробнича площа. Значна інтенсивність сушіння (особливо на нижній, розгінній ділянці труби) і малий час перебування частинок в апараті дозволяють використовувати високу початкову температуру сушильного агента (при сушінні вугілля - до 1100 °C) без небезпеки небажаного її впливу на матеріал. Як основний недолік труб сушарок зазвичай відзначають порівняно високу витрату енергії на переміщення сушильного агента зі швидкістю, що забезпечує стійкий вертикальний транспорт усіх фракцій дисперсного матеріалу. Значна витрата сушильного агента визначає також і підвищену витрату теплоти на сушіння, якщо не передбачено використання потенціалу сушильного агента, що залишає трубу сушарку, зазвичай, з досить високою температурою й малим вмістом вологи [38].

Терморадіаційне сушіння. Терморадіаційне сушіння, або сушіння інфрачервоними променями, засноване на передачі тепла променистою енергією.

Основними перевагами цього способу сушіння є швидке видалення вологи з тонкошарових матеріалів, компактність установки, простота регулювання температури, незначні втрати теплової енергії в довкілля. До

недоліків можна віднести непридатність для сушіння товстих матеріалів, нерівномірність нагрівання матеріалу, що висушується, велика витрата енергії (1,5-2,5 кВт·год/кг води).

Область ІЧ-випромінювання охоплює довжину хвиль від 0,8 до 20 мкм. Промені проникають углиб матеріалу, поглинаються ним і генерують теплову енергію. В якості джерел випромінювання використовують дзеркальні лампи потужністю 250, 300 та 500 кВт, температура нитки розжарювання 222 °С. Вони дають рівномірне опромінення з відривом понад 0,3 м. Електричні елементи опору виконують у вигляді панелей чи ТЕНів.

Головна перевага лампових випромінювачів перед ТЕНами полягає у відсутності інерційності, тобто вони вводяться в дію відразу після ввімкнення, що важливо при переривчастому опроміненні. У лампових випромінювачах приблизно 80-90% електроенергії перетворюється на енергію випромінювання.

Сушіння із застосуванням електричного струму. Детальніше розглянемо методи сушіння з використанням електричного струму. Технологія СВЧ-сушіння проста. Основний принцип роботи СВЧ-установок для сушіння пиломатеріалів полягає у видаленні води під впливом електромагнітного поля, створюваного надвисокими частотами. За допомогою СВЧ – хвиль вода прогрівається та закипає, створюваний тиск, виштовхує воду назовні, звідки вона випаровується під дією вентиляторів.

Складається СВЧ - установка з великої металевої камери, оснащеної генератором, який продукує СВЧ - хвилі, передавачами хвиль (хвилеводи), випромінювальною системою, потужним вентилятором, витяжною системою, джерелом живлення, вимірниками вологості. Керування установкою відбувається автоматично з пульта керування, встановленого поза камерою. За допомогою такої установки відбувається СВЧ - сушіння в промисловості.

Переваги СВЧ - сушіння:

1. Час сушіння. За допомогою цього методу можна висушити великі обсяги матеріалу дуже швидко. Відбувається це за рахунок того, що при використанні СВЧ - сушіння, на відміну від інших методів, немає необхідності

спочатку прогрівати матеріал і сушильний агент перед тим, як розпочати безпосередньо сушіння. СВЧ - сушіння починається відразу, не вимагає жодної додаткової підготовки.

2. Чудово впорається із сушінням великогабаритних пиломатеріалів. Мікрохвилі проникають глибоко у структуру матеріалу.

3. Після сушіння отримуємо матеріал високої якості. СВЧ - сушіння дозволяє просушити матеріал рівномірно й усередині, і зовні. За рахунок того, що молекули води поглинають СВЧ - хвилі, прогрівання й відповідно сушіння проходить рівномірно, відбувається вирівнювання рівня вологості. Більш вологі ділянки поглинають більше мікрохвиль, нагріваються більше й відповідно висихають так само швидко, як і менш вологі.

Недоліки СВЧ – сушіння:

1. Висока вартість процесу. СВЧ - сушіння вимагає великих витрат електроенергії для роботи установки, та й саму установку не можна назвати дешевою. Тому використовувати цей метод доцільно та економічно вигідно тільки для великих підприємств, що займаються заготівлею великих обсягів великогабаритних пиломатеріалів.

2. Розміри установки. Великі розміри установки для СВЧ - сушіння, складність її конструкції та необхідність підключення до електромережі високої потужності не дають можливості переміщувати її та використовувати в інших місцях.

3. Необхідність контролю. Хоча керування СВЧ - сушінням і є автоматизованим, залишити цей процес без контролю людини не можна, тому що через перегрівання матеріалу може виникнути спалах у камері [39].

СВЧ - сушіння за принципом близьке до сушіння струмами високої частоти, але проводиться при більш високих частотах (від 460 до 915-2500 МГц).

Обладнання для СВЧ-сушіння сипучих матеріалів може бути використане в харчовій, хімічній та інших галузях промисловості. СВЧ-установка для сушіння сипучих матеріалів містить корпус, сушильну камеру, СВЧ-генератор,

випромінювач у вигляді двох меандрових ліній, установлених з можливістю обертання навколо осі, кришку, узгоджувачі, привід, циліндричний екран з отворами і блок для подання повітря, з'єднаний з порожниною між корпусом та екраном.

Технічний результат полягає в забезпеченні максимального розсіювання СВЧ-енергії за обсягом сушильної камери, у рівномірності вологовидалення з оброблюваного матеріалу, у підвищенні ефективності сушіння [40].

Відомий спосіб сушіння виробів з капілярно-пористих матеріалів шляхом переміщення їх у шар дисперсного електропровідного матеріалу, що стискається, та їхнього нагрівання пропусканням через останній електричного струму з використанням акумульованого тепла [41]. Цей спосіб належить до комбінованого й має такі недоліки: висока енергоємність, так як енергія витрачається як на нагрівання матеріалу, так і на виробництво теплоносія; низька продуктивність, так як процес має періодичний характер.

У працях [42,43] запропоновано спосіб сушіння тонкодисперсних матеріалів прямим впливом електричного струму за рахунок внутрішніх джерел теплоти. На відміну від способу з використанням СВЧ, де електрична енергія перетворюється на хвильову, у цьому способі електричний струм пропускають безпосередньо через шар вологого матеріалу [44]. При цьому вологий матеріал приводять у контакт з електродами та включають безпосередньо в електричний ланцюг, через який пропускають електричний струм. При проходженні електричного струму через вологий матеріал в останньому виділяється теплова енергія, що призводить до розігрівання та випаровування вологи. У зв'язку з тим, що при зменшенні вологості матеріалу, який просушується, величина струму, що протікає через матеріал, і кількість виділеного мимоволі знижуються, контроль за процесом сушіння здійснюють за величиною струму, що протікає в ланцюгу. Вакуумна обробка або продування матеріалу стисненим повітрям або іншим газом одночасно з пропусканням електричного струму полегшує видалення парів вологи та прискорює процес сушіння. Спосіб дозволяє з низькими енерговитратами (0,8 - 1,0 кВт·год на 1 кг видаленої

вологи) просушувати вологі матеріали, наприклад, гранульовані або механічно подрібнені шлаки кольорової металургії та продукти їх сепарації у водному середовищі. Спосіб може бути використаний у різних галузях техніки, переважно в хіміко-металургійній промисловості, для сушіння таких сипких матеріалів, які у вологому стані є провідниками електричного струму. Перевагою є перспектива розроблення методу для визначення проміжних значень вмісту води в матеріалі, що висушується. Недоліками – необхідність забезпечення високого рівня електричної безпеки; істотна залежність швидкості зневоднення й кінцевого вмісту води матеріалу від електромеханічних властивостей матеріалу, кількості та складу домішок у воді [5-7].

Порівняння відомих методів сушіння тонкодисперсних матеріалів наведено на рис. 1.1 [9,45].

Таким чином найбільш енергоефективним є метод сушіння прямим впливом електричного струму за рахунок внутрішніх джерел теплоти, тому він приймається для подальших досліджень.

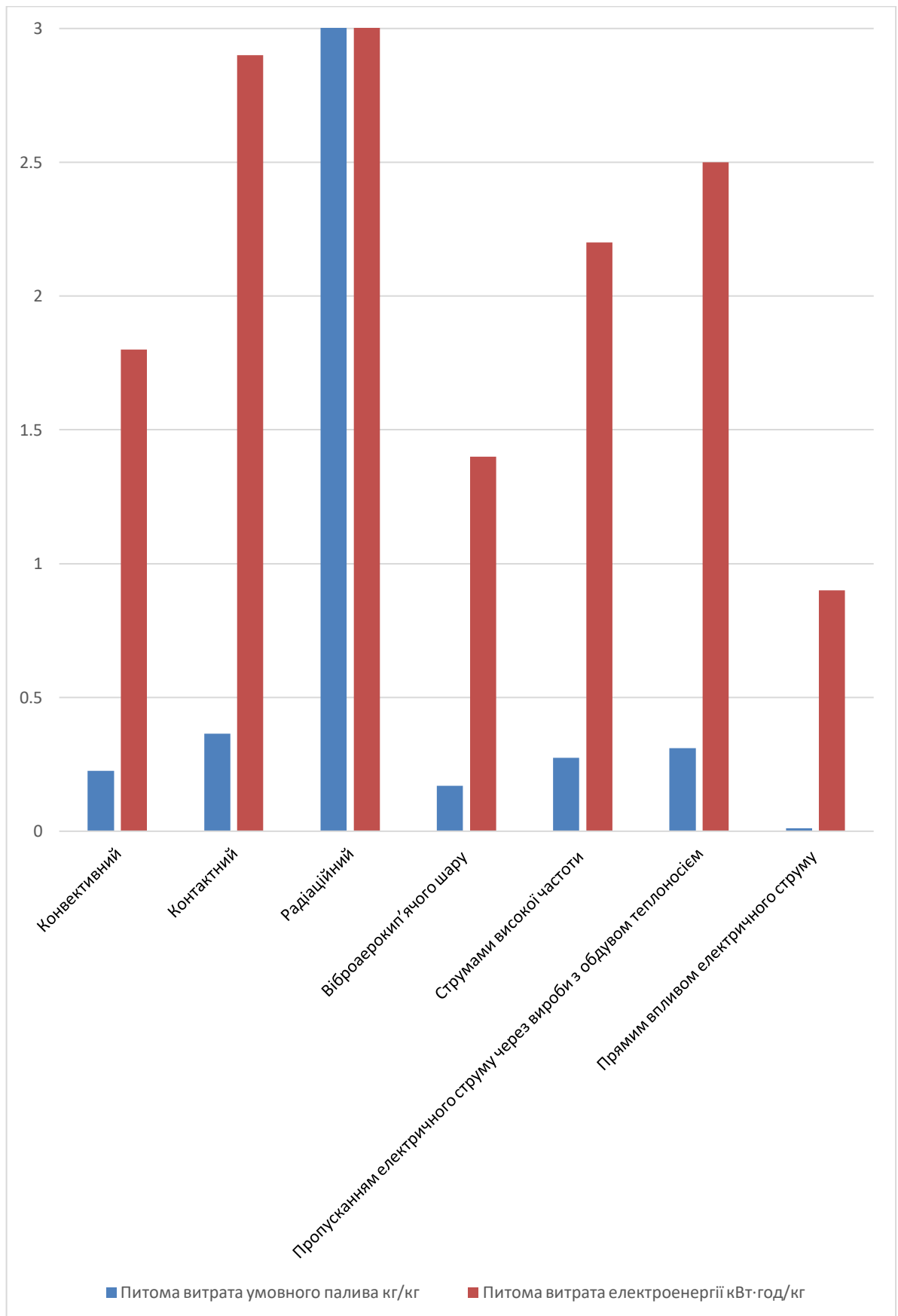


Рис. 1.1. Техніко-економічні показники різних способів сушіння продуктів збагачення

1.5.2. Математичні моделі процесів сушіння

Статті [38, 46] присвячені математичному моделюванню процесів, які протікають при конвективному сушінні тонкодисперсних матеріалів.

У статті [46] автори розробили математичну модель конвективного сушіння тонкодисперсних матеріалів, яка пов'язує вхідну величину – температуру гарячого повітря з вихідною – вологістю матеріалу. Але вони не враховують вплив внутрішніх джерел теплоти.

Статті [47, 48] присвячені математичному моделюванню процесів масопереносу пористих середовищ при впливі СВЧ.

О. В. Ликовим запропонована система основних рівнянь тепломасообмінних процесів в капілярно-пористому тілі, які протікають при сушінні тонкодисперсних матеріалів [49]. Вона описується диференціальними рівняннями вологотеплоперенесення й має такий вигляд:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{r' \varepsilon}{c_v} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0}, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{m2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a_{m2} \delta_2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \varepsilon \cdot P_H \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (1.5)$$

(умовні позначення наведені у розділі 2).

Але аналітичне рішення для випадку сушіння внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання відсутнє.

Аналітичної моделі процесу сушіння за рахунок внутрішніх джерел теплоти в умовах електричного нагрівання на даний час не існує, тому для визначення закономірностей процесу сушіння її треба розробити.

Так завданням дослідження є :

1. Провести аналіз сучасних методів сушіння подрібнених продуктів збагачення.

2. Розробити математичну модель тепло–масообмінних процесів у капілярно-пористому тілі при сушінні внутрішніми джерелами теплоти в

умовах електричного нагрівання для підготовки тонкодисперсних продуктів збагачення.

3. За допомогою математичної моделі тепло- і масообмінних процесів у капілярно-пористому тілі при сушінні в умовах електричного нагрівання встановити закономірності для визначення раціональних конструктивних параметрів конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи.

4. Визначити раціональні конструктивні параметри конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для підготовки подрібнених продуктів збагачення залізних руд в умовах електричного нагрівання.

5. Розробити рекомендації щодо промислового використання конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи.

1.6 Висновки

1. Проведено аналіз сучасних методів сушіння тонкодисперсних матеріалів, що дозволив виявити основні проблеми галузі (екологічність, енергоефективність).

2. Установлено, що для подальшої розробки приймається метод сушіння подрібнених продуктів збагачення прямим впливом електричного струму за рахунок внутрішніх джерел теплоти.

3. Установлено, що для визначення закономірностей тепло–масообмінних процесів, які протікають при сушінні в умовах електричного нагрівання необхідно розробити математичну модель процесу, за основу може бути прийнята система диференціальних рівнянь запропонована О. В. Ликовим.

РОЗДІЛ 2

РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ВПЛИВОМ ЗМІННОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

За основу приймаємо систему основних рівнянь тепломасообмінних процесів в капілярно-пористому тілі О.В.Ликова [49].

Метою дослідження є створення математичної моделі процесу сушіння впливом змінного електричного струму з урахуванням внутрішніх джерел теплоти для вибору раціональних параметрів сушильної установки та розроблення методик її розрахунку.

2.1. Диференційне рівняння тепло- й масообміну в капілярно-пористому тілі в умовах електричного нагрівання

Розглянемо нагрівання пластини (рис. 2.1) завтовшки 2δ з вологого капілярно-пористого матеріалу із вмістом води u_0 при температурі t_0 та основними фізичними параметрами λ , c , ρ . У початковий момент часу вона поміщається в середовище з температурою $t_c > t_0$. Теплообмін з навколишнім середовищем відбувається за законом Ньютона-Ріхмана (гранична умова третього роду). У середині пластини діє джерело тепла, питома потужність якого дорівнює Q_v .

При малій товщині пластини порівняно з довжиною та шириною вважати таку пластину необмеженою. Потрібно знайти розподілення температури й вмісту води по товщині пластини.

Аналітичний опис процесу теплопровідності буде включати в диференційне рівняння та умови однозначності.

Математично задача формулюється нижче (початок координат знаходиться в середині пластини) [50]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{r' \varepsilon}{c_v} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{m2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a_{m2} \delta_2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \varepsilon \cdot P_H \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (\tau > 0; -\delta < x < \delta). \quad (2.3)$$

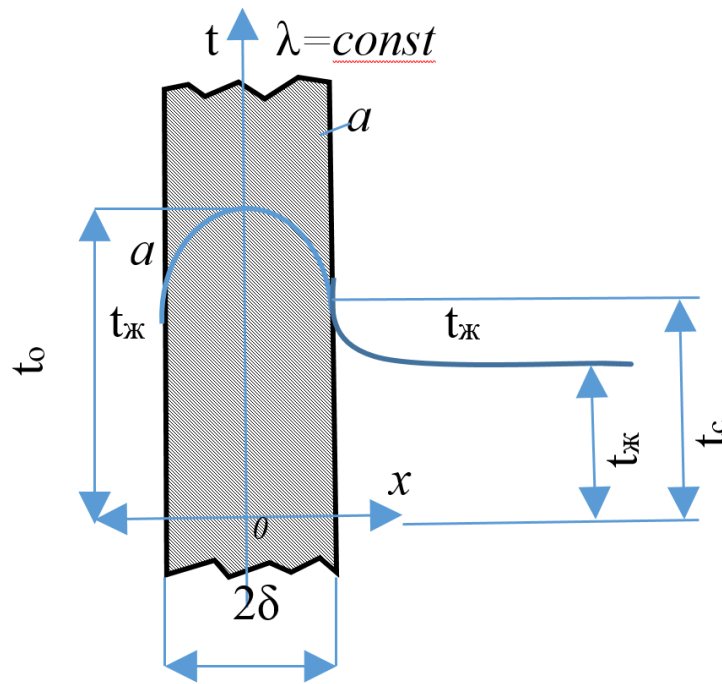


Рис. 2.1. Теплопровідність плоскої пластини, за наявності внутрішніх джерел теплоти

a – коефіцієнт температуропровідності, t_c – температура середовища, t_0 – початкова температура пластини, $t_{\text{ж}}$ – температура рідини, 2δ – товщина пластини, λ – коефіцієнт теплопровідності, x – середина пластини

$$t|_{\tau=0} = t_0, \quad u|_{\tau=0} = u_0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial t}{\partial x}|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = 0, \quad (2.5)$$

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x}|_{x=\delta} + a(t_c - t|_{x=\delta}) = \rho \cdot q'_2, \quad (2.6)$$

$$a_{m2}\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=\delta} + a_{m2}\rho_0\delta_2 \frac{\partial t}{\partial x}|_{x=\delta} = -q'_2, \quad (2.7)$$

де

t – температура пластини, °C;

τ – час, с;

a – коефіцієнт температуропровідності, м²/с;

ε – коефіцієнт фазового перетворення «рідина-пара»;

c_v – питома ізохорна теплоємність, Дж/(кг·град);

Q_v – питома потужність, що розсіюється внутрішніми джерелами тепла, Вт/м³;

r' – питома теплота випаровування, Дж/кг;

ρ_0 – щільність сухого матеріалу, кг/м³;

a_{m2} – коефіцієнт дифузії рідини, м²/с;

δ_2 – відносний коефіцієнт термодифузії, кг/(кг·град);

u – вологовміст, кг/кг;

u_n – вологовміст середовища, кг/кг;

a_p – коефіцієнт конвективної дифузії пари, м²/с;

P_H – тиск пари матеріалу при цьому вологовмісті, Па;

ρ – радіус меніска капіляра, м;

q'_2 – інтенсивність масообміну, кг/(м²·с);

λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·град);

α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·град);

t_c – температура середовища, °С;

t_0 – початкова температура пластини, °С;

u_0 – початковий вологовміст пластини, кг/кг.

Згідно з розв'язуваною задачею, приймаємо, що випаровування вологи відбувається тільки на поверхні пластини. При цьому критерій фазового переміщення $\varepsilon = 0$ і перенесення речовини відбувається тільки за рахунок перенесення рідини.

Тоді диференціальні рівняння (2.1), (2.2), (2.3) набудуть вигляду

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{m2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a_{m2} \delta_2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_p \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}. \quad (2.10)$$

Останнє рівняння, що описує зміну тиску, не пов'язане з іншими рівняннями. Тому в подальшому воно не знадобиться.

2.2. Аналітичне розв'язання диференційного рівняння в сталих умовах нагрівання

Аналіз розв'язуваної задачі показує, що кінцевою метою є знаходження встановленого поля температури та вологості в досліджуваній пластині з вологого капілярно-пористого матеріалу. У цьому разі частинні похідні за часом дорівнюють нулю й диференціальні рівняння (2.8), (2.9) записуються у вигляді звичайних диференціальних рівнянь.

$$a \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0} = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \delta_2 \frac{d^2 t}{dx^2} = 0. \quad (2.12)$$

Граничні умови при цьому мають вигляд

$$\frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{du}{dx} \Big|_{x=0} = 0, \quad (2.13)$$

$$-\lambda \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} + \alpha(t_c - t|_{x=\delta}) = \rho \cdot q'_2, \quad (2.14)$$

$$a_{m2} \rho_0 \frac{du}{dx} \Big|_{x=\delta} + a_{m2} \rho_0 \delta_2 \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} = -q'_2. \quad (2.15)$$

Ураховуючи, що

$$a = \frac{\lambda}{c_v \rho_0},$$

диференційне рівняння (2.11) матиме вигляд

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = -\frac{Q_v}{\lambda}. \quad (2.16)$$

Розв'язок диференціального рівняння (2.16) знаходиться послідовною дворазовою інтеграцією [48]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\frac{dt}{dx} \right) &= -\frac{Q_v}{\lambda}, & d \left(\frac{dt}{dx} \right) &= -\frac{Q_v}{\lambda} dx, \\ \int d \left(\frac{dt}{dx} \right) &= -\frac{Q_v}{\lambda} \int dx, & \frac{dt}{dx} &= -\frac{Q_v}{\lambda} x + C_1, \\ dt &= \left(-\frac{Q_v}{\lambda} x + C_1 \right) dx, & \int dt &= \int \left(-\frac{Q_v}{\lambda} x + C_1 \right) dx, \end{aligned}$$

$$t = -\frac{Q_v}{\lambda} \int x dx + C_1 \int dx,$$

$$t = -\frac{Q_v}{\lambda} \frac{x^2}{2} + C_1 x + C_2, \quad (2.17)$$

де C_1, C_2 – довільні сталі.

Для знаходження довільних сталих скористаємося граничними умовами. Умова симетрії (2.13) після підстановки (2.17) дає рівняння

$$\frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} = -\frac{Q_v}{\lambda} x + C_1 \Big|_{x=0} = 0,$$

тобто

$$C_1 = 0. \quad (2.18)$$

Тоді формула (2.17) з урахуванням (2.18) матиме вигляд

$$t = -\frac{Q_v}{\lambda} \frac{x^2}{2} + C_2. \quad (2.19)$$

Для знаходження C_2 скористаємося граничними умовами (2.14) і (2.15).

Перш за все, виключимо з граничних умов (2.14) і (2.15) інтенсивність випаровування, об'єднавши їх в одну граничну умову

$$-\lambda \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} + \alpha \cdot (t_c - t \Big|_{x=\delta}) + a_{m2} \rho_0 \rho \left(\frac{du}{dx} \Big|_{x=\delta} + \delta_2 \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} \right) = 0. \quad (2.20)$$

Спочатку обчислимо похідні

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{Q_v}{\lambda} x \quad \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} = -\frac{Q_v \delta}{\lambda}. \quad (2.21)$$

Згідно з (2.12), одержуємо

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = -\delta_2 \frac{d^2 t}{dx^2},$$

тобто

$$\frac{du}{dx} = -\delta_2 \frac{dt}{dx} + C_3.$$

Згідно з умовою симетрії (2.13), має місце

$$\frac{du}{dx} \Big|_{x=0} = -\delta_2 \frac{dt}{dx} \Big|_{x=0} + C_3,$$

тобто

$$0 = 0 + C_3, \quad C_3 = 0.$$

Отже, має місце рівність

$$\frac{du}{dx} = -\delta_2 \frac{dt}{dx}. \quad (2.22)$$

На границі (при $x = \delta$) виконується

$$a_{m2}\rho_0 \left(\frac{du}{dx} \Big|_{x=\delta} + \delta_2 \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} \right) = -q'_2. \quad (2.23)$$

Для знаходження C_2 підставимо (2.19), (2.21) і (2.23) в (2.20), що дасть

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{dt}{dx} \Big|_{x=\delta} + \alpha \cdot (t_c - t \Big|_{x=\delta}) - \rho \cdot q'_2 &= 0, \\ -\lambda \left(-\frac{Q_v \cdot \delta}{\lambda} \right) + \alpha \left(t_c + \frac{Q_v \delta^2}{\lambda} \frac{1}{2} - C_2 \right) - \rho \cdot q'_2 &= 0, \\ C_2 = t_c + \frac{\delta^2}{2\lambda} Q_v + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Підставляючи (2.24) в (2.19), знаходимо розподілення температури по товщині пластини

$$t = -\frac{Q_v x^2}{\lambda} \frac{1}{2} + t_c + \frac{Q_v \delta^2}{\lambda} \frac{1}{2} + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2$$

або

$$t = -\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) + t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2. \quad (2.25)$$

Шляхом інтегрування (2.22) знаходимо

$$\begin{aligned} \int_{u_0}^u du &= -\delta_2 \int_{t_0}^t dt, \\ u - u_0 &= -\delta_2 \cdot (t - t_0). \end{aligned} \quad (2.26)$$

З урахуванням (2.25) і (2.26) розподілення вологовмісту по товщині пластини знаходиться за формулою

$$u = u_0 + \delta_2 \left(\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) - t_c + t_0 - \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right). \quad (2.27)$$

Згідно з (2.25), максимальна величина температури досягається в центрі пластини (при $x = 0$)

$$t_{max} = t(x = 0) = \frac{Q_v^2}{2\lambda} \delta^2 + \frac{\delta}{\alpha} Q_v + t_c - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2. \quad (2.28)$$

При цьому на поверхні пластини (при $x = \delta$) буде мінімальна величина температури

$$t_{min} = t(x = \delta) = t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2. \quad (2.29)$$

Середня температури пластини може бути знайдена шляхом інтегрування по товщині пластини

$$\bar{t} = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} \left(-\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) + t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right) dx. \quad (2.30)$$

Обчислюючи інтеграл, користуючись формулою Ньютона-Лейбніца [51], послідовно знаходимо

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} \left(-\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) + t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right) dx, \\ \bar{t} &= -\frac{Q_v}{2\lambda\delta} \int_0^{\delta} (x^2 - \delta^2) dx + \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \left(t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right) dx, \\ \bar{t} &= -\frac{Q_v}{2\lambda\delta} \left(\frac{1}{3} x^3 - \delta^2 x \right) \Big|_0^{\delta} + \frac{1}{\delta} \left(t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right) x \Big|_0^{\delta}, \\ \bar{t} &= -\frac{Q_v}{2\lambda\delta} \left(\frac{1}{3} \delta^3 - \delta^3 \right) + \frac{1}{\delta} \left(t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right) \delta, \\ \bar{t} &= \frac{Q_v \delta^2}{3\lambda} + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 + t_c, \\ \bar{t} &= Q_v \delta \left(\frac{\delta}{3\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 + t_c. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Свою чергою, згідно з (2.27), мінімальна величина вологовмісту досягається в центрі пластини (при $x = 0$)

$$u_{min} = u(x = 0) = u_0 - \delta_2 \left(Q_v \delta \left(\frac{\delta}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 + t_c - t_0 \right). \quad (2.32)$$

Максимальна величина вологовмісту має місце на поверхні пластини (при $x = \delta$)

$$u_{max} = u(x = \delta) = u_0 - \delta_2 \left(t_c - t_0 + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right). \quad (2.33)$$

Середня величина вологовмісту знаходиться шляхом інтегрування (2.27) по товщині пластини

$$\bar{u} = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} (u_0 + \delta_2 \left(\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) - t_c - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2' + t_0 - \frac{\delta}{\alpha} Q_v \right)) dx. \quad (2.34)$$

Інтегруючи (2.34) із застосуванням формули Ньютона-Лейбніца, послідовно знаходимо

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} (u_0 + \delta_2 \left(\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) - t_c - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2' + t_0 - \frac{\delta}{\alpha} Q_v \right)) dx, \\ \bar{u} &= \delta_2 \frac{Q_v}{2\lambda\delta} \left(\frac{1}{3} x^3 - \delta^2 x \right) \Big|_0^{\delta} + \frac{1}{\delta} \left(u_0 + \delta_2 \left(-t_c - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2' + t_0 - \frac{\delta}{\alpha} Q_v \right) \right) x \Big|_0^{\delta}, \\ \bar{u} &= -\delta_2 \frac{Q_v \delta^2}{3\lambda} + u_0 + \delta_2 \left(-t_c - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2' + t_0 - \frac{\delta}{\alpha} Q_v \right), \\ \bar{u} &= u_0 - \delta_2 \left(Q_v \delta \left(\frac{\delta}{3\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) + t_c + \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2' - t_0 \right). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Для подальшого дослідження за допомогою отриманих формул доцільним є приведення їх до безрозмірного вигляду. З цією метою можна скористатися теорією подібності та аналізу розмірностей [52]. Застосування π -теорема дозволяє скоротити число змінних, об'єднавши їх у безрозмірні комплекси та критерії подібності.

Стосовно формули (2.25) теорія подібності й аналізу розмірностей дозволяє представити її в такому безрозмірному вигляді

$$\begin{aligned} t &= -\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) + t_c + \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2', \\ \theta &= \frac{1}{2} (1 - X^2) + \frac{1}{Bi} - K, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\text{де } \theta = \frac{\lambda \cdot (t - t_c)}{Q_v \cdot \delta^2}, \quad X = \frac{x}{\delta}, \quad Bi \equiv \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda}, \quad K = \frac{\lambda \cdot \rho \cdot q_2'}{\alpha \cdot Q_v \delta^2}.$$

Формула (2.36) визначає залежність безрозмірної температури θ від безрозмірної відстані X і критеріїв Біо Bi і K . Необхідно відзначити, що критерій K оцінює ставлення інтенсивностей випаровування та внутрішніх джерел тепловиділення. Важливо, що, на відміну від розмірної формули (2.25), де температура залежить від восьми змінних $(x, \delta, Q_v, \lambda, t_c, \alpha, \rho, q_2')$, безрозмірна формула (2.36) визначає залежність безрозмірної температури θ тільки від

трьох узагальнених змінних X, Bi, K . Це істотно спрощує дослідження отриманої залежності. Більш того, одній величині узагальненої змінної відповідає безліч значень розмірних змінних, які її складають. Тому, досліджуючи тільки одне значення узагальненої змінної, можна отримати результати за безліччю значень розмірних змінних, що дозволяє скоротити кількість експериментів.

Для отримання безрозмірного виразу за вологовмістом скористаємося рівністю (2.26), яку послідовно перетворимо до вигляду.

$$\begin{aligned}\frac{u - u_0}{\delta_2} &= -(t - t_0), & \frac{u - u_0}{\delta_2} &= -(t - t_c - t_0 + t_c), \\ \frac{u - u_0}{\delta_2} &= -(t - t_c) + (t_0 - t_c), \\ \frac{\lambda(u - u_0)}{Q_v \delta^2 \delta_2} &= -\frac{\lambda(t - t_c)}{Q_v \delta^2} + \frac{\lambda(t_0 - t_c)}{Q_v \delta^2},\end{aligned}$$

тобто

$$\psi = \theta_0 - \theta, \quad (2.37)$$

$$\text{де } \psi = \frac{\lambda(u - u_0)}{Q_v \delta^2 \delta_2}, \quad \theta_0 = \frac{\lambda(t_0 - t_c)}{Q_v \delta^2}, \quad \theta = \frac{\lambda(t - t_c)}{Q_v \delta^2}.$$

Порівнюючи формули (2.36) і (2.37), можна дійти висновку, що в безрозмірному вигляді температура та вологовміст відрізняються знаком з урахуванням зсуву на величину θ_0 .

2.3. Аналітичне розв'язання диференційного рівняння в умовах нестационарної теплопровідності

У загальній постановці завдання температура та вологовміст є функціями часу. Тому представляє певний інтерес (швидше за все теоретичний) щодо одержання аналітичного розв'язку сформульованої вище задачі (2.4), (2.7), (2.8), (2.9).

Для розв'язання сформульованої задачі скористаємося методом інтегрального перетворення Лапласа [53].

Згідно з методом Лапласа вивчається не сама функція (оригінал), а її видозміна (зображення). Перетворення Лапласа визначається формулою

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-s \cdot \tau} d\tau = L[f(\tau)], \quad (2.38)$$

де $f(\tau)$ – оригінал функції,

$F(s)$ – зображення функції.

Якщо завдання виконано в зображеннях (2.38), то знаходження оригіналу за зображенням (зворотне перетворення) загалом здійснюється за формулою звернення

$$f(\tau) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi \cdot i} \int_{\sigma - i \cdot \infty}^{\sigma + i \cdot \infty} F(s) e^{s \cdot \tau} ds, \quad (2.39)$$

де $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця,

$$s = \xi + i \cdot \eta.$$

На практиці для знаходження оригіналу, зазвичай, користуються спеціальними таблицями.

Спочатку розглянемо розв'язання задачі знаходження нестационарного температурного поля в пластині.

Застосуємо перетворення Лапласа до диференціального рівняння (2.8) відносно змінної τ

$$L\left[\frac{\partial t}{\partial \tau}\right] = L\left[a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right] + L\left[\frac{Q_v}{c_v \rho_0}\right]. \quad (2.40)$$

Ураховуючи, що

$$L[t] = T(x, s),$$

$$L\left[\frac{\partial t}{\partial \tau}\right] = L[t] - t(\tau = 0) = sT(x, s) - t_0,$$

$$L\left[a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right] = a \frac{d^2 L[t]}{dx^2} = a \frac{d^2 T(x, s)}{dx^2},$$

$$L\left[\frac{Q_v}{c_v \rho_0}\right] = \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \frac{1}{s},$$

отримуємо звичайне диференціальне рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами відносно зображення

$$a \frac{d^2 T(x, s)}{dx^2} - sT(x, s) = -t_0 - \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s}. \quad (2.41)$$

Загальне рішення диференціального рівняння (2.41) - це сума загального розв'язання однорідного рівняння

$$a \frac{d^2 T(x, s)}{dx^2} - sT(x, s) = 0 \quad (2.42)$$

і приватного розв'язання неоднорідного рівняння (2.41), тобто

$$T(x, s) = T_0(x, s) + \vartheta(x, s), \quad (2.43)$$

де $T_0(x, s)$ – спільний розв'язок рівняння (2.42),

$\vartheta(x, s)$ – частинний розв'язок рівняння (2.41).

Характеристичне рівняння диференціального рівняння (2.42) запишеться у вигляді

$$a \cdot k^2 - s = 0. \quad (2.44)$$

Корені рівняння (2.44) мають вигляд

$$k_1 = -\sqrt{\frac{s}{a}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{s}{a}}. \quad (2.45)$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (2.42), з урахуванням (2.45), має вигляд

$$T_0(x, s) = A \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + B \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} x, \quad (2.46)$$

де A, B – довільні сталі,

$$ch \sqrt{\frac{s}{a}} x = \frac{1}{2} \left(e^{\sqrt{\frac{s}{a}} x} + e^{-\sqrt{\frac{s}{a}} x} \right) - \text{гіперболічний косинус},$$

$$sh \sqrt{\frac{s}{a}} x = \frac{1}{2} \left(e^{\sqrt{\frac{s}{a}} x} - e^{-\sqrt{\frac{s}{a}} x} \right) - \text{гіперболічний синус}.$$

Частинний розв'язок рівняння (2.41) будемо шукати у вигляді

$$\vartheta(x, s) = C, \quad (2.47)$$

де C – константа.

Підставимо (2.47) в рівняння (2.41), що дасть

$$-s \cdot C = -t_0 - \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s}. \quad (2.48)$$

З рівності (2.48) знаходимо

$$C = \frac{1}{s} \left(t_0 + \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s} \right). \quad (2.49)$$

Згідно з (2.49), частинний розв'язок (2.47) запишеться у вигляді

$$\vartheta(x, s) = \frac{t_0}{s} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2}. \quad (2.50)$$

У результаті загальне рішення рівняння (2.41) з урахуванням (2.43), (2.46) і (2.50) запишеться у вигляді

$$T(x, s) = A \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + B \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{t_0}{s} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2}. \quad (2.51)$$

Для знаходження довільних сталих A і B необхідно скористатися граничними умовами (2.5) і (2.6). Знаходимо зображення цих граничних умов

$$L \left[\frac{\partial t}{\partial x} \right] = \frac{dT(x, s)}{dx}, \text{ тобто} \\ \frac{dT(0, s)}{dx} = 0, \quad (2.52)$$

$$-\lambda L \left[\frac{\partial t(\delta, \tau)}{\partial x} \right] + \alpha (L[t_c] - L[t(\delta, \tau)]) = L[\rho \cdot q_2'], \text{ тобто} \\ -\lambda \frac{dT(\delta, s)}{dx} + \alpha \left(\frac{t_c}{s} - T(\delta, s) \right) = \frac{\rho \cdot q_2'}{s}. \quad (2.53)$$

Скористаємося умовою (2.52). Для цього знаходимо похідну функції (2.51)

$$\frac{dT(x, s)}{dx} = A \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} x + B \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x. \quad (2.54)$$

Тоді, згідно з (2.52) і (2.54), отримуємо

$$\frac{dT(0, s)}{dx} = A \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot 0 \right) + B \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} ch \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot 0 \right) = 0, \quad \text{тобто } B = 0.$$

В результаті формула (2.51) матиме вигляд

$$T(x, s) = A \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{t_0}{s} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2}. \quad (2.55)$$

Для знаходження сталої A скористаємося умовою (2.53)

$$-\lambda \cdot A \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + \alpha \left(\frac{t_c}{s} - A ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta - \frac{t_0}{s} - \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2} \right) = \frac{\rho \cdot q_2'}{s}. \quad (2.56)$$

З рівняння (2.56) знаходимо сталу A

$$A = \frac{(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha})s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0}}{s^2 (\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta)}. \quad (2.57)$$

Тоді, з урахуванням (2.57), розв'язок рівняння (2.41) набуває вигляд

$$T(x, s) = \frac{\left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha}\right)s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0}}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta\right)} \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{t_0}{s} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2}. \quad (2.58)$$

Розглянемо розв'язання задачі знаходження нестационарного поля вологовмісту в пластині. Застосуємо перетворення Лапласа до рівняння (2.9)

$$L\left[\frac{\partial u}{\partial \tau}\right] = L\left[a_{m2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] + L\left[a_{m2} \delta_2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right].$$

У результаті отримуємо

$$s \cdot U(x, s) - u_0 = a_{m2} \frac{d^2 U(x, s)}{dx^2} + a_{m2} \delta_2 \frac{d^2 T}{dx^2}. \quad (2.59)$$

З огляду на те, що, згідно з (2.55),

$$\begin{aligned} \frac{dT(x, s)}{dx} &= A \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} x, \\ \frac{d^2 T(x, s)}{dx^2} &= A \cdot \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x, \end{aligned}$$

рівняння (2.59) запишеться у вигляді

$$a_{m2} \frac{d^2 U(x, s)}{dx^2} - s \cdot U(x, s) = -a_{m2} \delta_2 A \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x - u_0. \quad (2.60)$$

Розв'язок рівняння (2.60), як і в разі знаходження температурного поля – це сума двох функцій

$$U(x, s) = U_0(x, s) + \Psi(x, s), \quad (2.61)$$

де $U_0(x, s)$ – спільний розв'язок однорідного рівняння

$$a_{m2} \frac{d^2 U(x, s)}{dx^2} - s \cdot U(x, s) = 0, \quad (2.62)$$

$\Psi(x, s)$ – частинний розв'язок рівняння (2.60).

Для знаходження загального розв'язку рівняння (2.62) складаємо його характеристичний поліном

$$a_{m2}k^2 - s = 0,$$

який має два корені

$$k_1 = -\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}}. \quad (2.63)$$

З урахуванням (2.63), спільний розв'язок рівняння (2.62) може бути записаний у вигляді

$$U_0(x, s) = C \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + D \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x, \quad (2.64)$$

де C, D — довільні сталі.

Для знаходження частинного розв'язку рівняння (2.60) представимо його у вигляді суми двох функцій

$$\Psi(x, s) = \Psi_1(x, s) + \Psi_2(x, s), \quad (2.65)$$

де $\Psi_1(x, s)$ — частинний розв'язок рівняння

$$a_{m2} \frac{d^2 U(x, s)}{dx^2} - s \cdot U(x, s) = -a_{m2} \delta_2 A \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x, \quad (2.66)$$

$\Psi_2(x, s)$ — частинний розв'язок рівняння

$$a_{m2} \frac{d^2 U(x, s)}{dx^2} - s \cdot U(x, s) = -u_0. \quad (2.67)$$

Частинний розв'язок рівняння (2.66) шукаємо у вигляді

$$\Psi_1(x, s) = F \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x, \quad (2.68)$$

де F — константа.

Підставляємо функцію (2.68) в рівняння (2.66)

$$a_{m2} \frac{d^2 \Psi_1(x, s)}{dx^2} - s \cdot \Psi_1(x, s) = -a_{m2} \delta_2 A \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x.$$

Попередньо знаходимо похідну другого порядку

$$\Psi_1'(x, s) = F \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} x, \quad \Psi_1''(x, s) = F \cdot \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x.$$

Тоді

$$a_{m2}F \cdot \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x - s \cdot F \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x = -a_{m2}\delta_2 A \frac{s}{a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x,$$

або, після скорочення на гіперболічний косинус знаходимо

$$F = \frac{a_{m2}\delta_2}{a - a_{m2}} A. \quad (2.69)$$

Підставляючи (2.69) у формулу (2.68), знаходимо частинний розв'язок

$$\Psi_1(x, s) = \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} \cdot A \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x. \quad (2.70)$$

Частинний розв'язок рівняння (2.67) шукаємо у вигляді

$$\Psi_2(x, s) = E, \quad (2.71)$$

де E — константа.

Підставляємо (2.71) в рівняння (2.67)

$$a_{m2} \frac{d^2 \Psi_2(x, s)}{dx^2} - s \cdot \Psi_2(x, s) = -u_0.$$

Тоді, з урахуванням, що похідна від числа дорівнює нулю, знаходимо

$$E = \frac{u_0}{s}. \quad (2.72)$$

Підставляючи (2.72) у формулу (2.71), знаходимо частинний розв'язок рівняння (2.71)

$$\Psi_2(x, s) = \frac{u_0}{s}. \quad (2.73)$$

З урахуванням (2.64), (2.70) і (2.73) спільний розв'язок рівняння (2.60) набуває вигляду

$$U(x, s) = C \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + D \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + A \cdot \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{u_0}{s}. \quad (2.74)$$

Для знаходження сталих C, D скористаємося граничними умовами (2.5) і (2.7).

Знаходимо зображення граничної умови (2.5)

$$L \left[\frac{\partial u(0, \tau)}{\partial x} \right] = \frac{dU(0, s)}{dx} = 0. \quad (2.75)$$

Знаходимо похідну від функції (2.74)

$$\begin{aligned} \frac{dU(x, s)}{dx} = & C \cdot \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + D \cdot \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + \\ & + \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} x. \end{aligned}$$

Тоді, при $x = 0$, згідно з (2.75),

$$\begin{aligned} \frac{dU(0, s)}{dx} = & C \cdot \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \operatorname{sh} \left(\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \cdot 0 \right) + D \cdot \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \operatorname{ch} \left(\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \cdot 0 \right) + \\ & + \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \left(\sqrt{\frac{s}{a}} \cdot 0 \right) = 0. \end{aligned}$$

У результаті отримуємо $D = 0$.

Отже, рішення (2.74) набуває вигляду

$$U(x, s) = C \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + A \cdot \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{u_0}{s}. \quad (2.76)$$

Для знаходження сталої C скористаємося зображенням граничної умови (2.7)

$$a_{m2} \rho_0 \frac{dU(\delta, s)}{dx} + a_{m2} \rho_0 \delta_2 \frac{dT(\delta, s)}{dx} = -\frac{q_2'}{s}. \quad (2.77)$$

Підставляємо похідні, що входять у (2.77),

$$\begin{aligned} C \cdot \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta + A \cdot \frac{a_{m2} \delta_2}{a - a_{m2}} \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + A \cdot \delta_2 \sqrt{\frac{s}{a}} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta = \\ = -\frac{q_2'}{a_{m2} \rho_0 s}. \end{aligned} \quad (2.78)$$

Тоді

$$C = A \delta_2 \frac{a}{a_{m2} - a} \sqrt{\frac{a_{m2}}{a}} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2} \rho_0 s} \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta}. \quad (2.79)$$

У результаті цього розв'язок (2.76) набуває вигляду

$$\begin{aligned}
U(x, s) = & \left(A\delta_2 \frac{a}{a_{m2} - a} \sqrt{\frac{a_{m2}}{a}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \rho_0 s \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right) \cdot \\
& \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + A \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{u_0}{s}, \\
U(x, s) = & A \frac{\delta_2 \sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \frac{1}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} (\sqrt{a} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + \sqrt{a_{m2}} sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \cdot \\
& \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x) - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \rho_0 s \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + \frac{u_0}{s}. \quad (2.80)
\end{aligned}$$

Отже, формули (2.58) і (2.80) дають розв'язки в зображеннях поставленої задачі про поля температури та вмісту вологи в пластині.

Наступний крок полягає в тому, щоб знайти оригінали від одержаних зображень.

Спочатку розглянемо розв'язок у зображеннях для температурного поля (2.58). Для переходу до оригіналу застосовуємо обернене перетворення Лапласа

$$L^{-1}[T(x, s)] = L^{-1} \left[\frac{\left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha} \right) s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0}}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right)} \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{t_0}{s} + \frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2} \right]. \quad (2.81)$$

Користуючись лінійністю оберненого перетворення Лапласа, рівняння (2.81) записуємо у вигляді

$$\begin{aligned}
L^{-1}[T(x, s)] = & L^{-1} \left[\frac{\left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha} \right) s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0}}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right)} \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x \right] + L^{-1} \left[\frac{t_0}{s} \right] + \\
& + L^{-1} \left[\frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2} \right]. \quad (2.82)
\end{aligned}$$

Тоді

$$L^{-1}[T(x, s)] = t(x, \tau), \quad (2.83)$$

$$L^{-1}\left[\frac{t_0}{s}\right] = t_0 \cdot L^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] = t_0. \quad (2.84)$$

$$L^{-1}\left[\frac{Q_v}{c_v \rho_0 s^2}\right] = \frac{Q_v}{c_v \rho_0} L^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{Q_v \cdot \tau}{c_v \rho_0}. \quad (2.85)$$

Для знаходження оберненого перетворення від першого доданка у (2.82) представимо його у вигляді різниці

$$\begin{aligned} & L^{-1}\left[\frac{\left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha}\right)s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0}}{s^2\left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta\right)} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x\right] = \\ & = \left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha}\right) L^{-1}\left[\frac{ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s\left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta\right)} - \right. \\ & \quad \left. - \frac{Q_v}{c_v \rho_0} L^{-1}\left[\frac{ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2\left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta\right)}\right]\right]. \end{aligned} \quad (2.86)$$

Для знаходження оберненого перетворення першого доданка у (2.86) представимо його у вигляді відношення двох поліномів

$$\frac{ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s\left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta\right)} = \frac{\Phi(s)}{\psi(s)}, \quad (2.87)$$

$$\text{де } \Phi(s) = ch \sqrt{\frac{s}{a}} x, \psi(s) = s\left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta\right).$$

Тоді, з урахуванням, що $s < 0$, одержуємо

$$\psi(s) = s\left(\frac{\lambda}{\alpha} \frac{1}{i} \sqrt{\frac{|s|}{a}} \sin i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta + \cos i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta\right), \quad (2.88)$$

де $i = \sqrt{-1}$ — уявна одиниця, $shz = -i \sin i z$, $chz = \cos i z$.

Прирівнюючи (2.88) до нуля, одержуємо рівняння

$$\psi(s) = s \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha} \frac{1}{i} \sqrt{\frac{|s|}{a}} \sin\left(i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta\right) + \cos\left(i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta\right) \right) = 0. \quad (2.89)$$

Перший корінь рівняння (2.89) нульовий (простий)

$$s_0 = 0.$$

Для знаходження інших коренів необхідно розв'язати рівняння

$$-\frac{\lambda}{\alpha} \left(i \sqrt{\frac{|s|}{a}}\right) \sin\left(i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta\right) + \cos\left(i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta\right) = 0. \quad (2.90)$$

Уведемо позначення

$$\mu = i \sqrt{\frac{|s|}{a}} \delta. \quad (2.91)$$

Тоді рівняння (2.90) набуде вигляду

$$\frac{\lambda}{\alpha \delta} \mu \sin \mu - \cos \mu = 0$$

або

$$\operatorname{ctg} \mu = \frac{1}{Bi} \mu, \quad (2.92)$$

де $Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda}$ – число Біо.

Рівняння (2.92) має безліч коренів [52], які позначимо

$$\mu_n \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (2.93)$$

або, згідно з (2.91),

$$s_n = -\frac{a \cdot \mu_n^2}{\delta^2}. \quad (2.94)$$

Переконаємося, що $s_n < 0$.

Для знаходження оригіналу скористаємося теоремою розкладання

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{\psi(s)} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{\psi'(s_n)} e^{s_n \cdot \tau}. \quad (2.95)$$

Обчислимо похідну функції (2.88)

$$\begin{aligned}\psi'(s) = & \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) + s \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda}{\alpha} \frac{1}{\sqrt{as}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + \frac{1}{2} \frac{\lambda \delta}{\alpha \cdot a} ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\delta}{\sqrt{as}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right).\end{aligned}\quad (2.96)$$

Тоді, з урахуванням (2.94),

$$\lim_{s \rightarrow s_n} \psi'(s) = - \frac{\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n}{2 \sin \mu_n}.\quad (2.97)$$

Ураховуючи, що $\phi(0) = 1, \Phi(0) = 1, \Phi(s_n) = ch \sqrt{\frac{s_n}{a}} x = \cos \mu_n \frac{x}{\delta}$, одержуємо

$$\begin{aligned}& L^{-1} \left[\frac{ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right)} \right] = \\ & = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} \cos \mu_n \frac{x}{\delta} e^{-\mu_n^2 \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}}.\end{aligned}\quad (2.98)$$

Для знаходження оберненого перетворення другого доданка у (2.88) представимо його так само, як і в першому випадку, у вигляді відношення двох поліномів

$$\frac{ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right)} = \frac{\Phi(s)}{\phi(s)} = \frac{\Phi(s)}{s^2 \gamma(s)}.\quad (2.99)$$

З огляду на результати, одержані вище, рівняння

$$\phi(s) = s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) = 0\quad (2.100)$$

має корінь $s_0 = 0$ кратності двом і незліченну безліч простих коренів (2.93). Нульовий корінь має кратність двом, тому теорема розкладання для $s_0 = 0$ набуває вигляду

$$\begin{aligned}& L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{\phi(s)} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} \left(\frac{\Phi(s)}{\gamma(s)} e^{s \cdot \tau} \right) = \\ & = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\tau \cdot e^{s \cdot \tau} \Phi(s)}{\gamma(s)} + \frac{e^{s \cdot \tau} \Phi'(s)}{\gamma(s)} - \frac{e^{s \cdot \tau} \Phi(s) \gamma'(s)}{\gamma^2(s)} \right).\end{aligned}$$

Так як

$$\begin{aligned}
 \Phi(0) = 1, \gamma(0) = 1, \Phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{xsh\sqrt{\frac{s}{a}}x}{2\sqrt{a \cdot s}} = \frac{x^2}{2a}, \\
 \gamma'(s) &= \frac{\delta \cdot sh\sqrt{\frac{s}{a}}\delta}{2\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot sh\sqrt{\frac{s}{a}}\delta}{2\alpha\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot \delta}{2a\alpha} ch\sqrt{\frac{s}{a}}\delta, \\
 \gamma'(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\delta \cdot sh\sqrt{\frac{s}{a}}\delta}{2\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot sh\sqrt{\frac{s}{a}}\delta}{2\alpha\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot \delta}{2a\alpha} ch\sqrt{\frac{s}{a}}\delta \right) = \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\delta \cdot \sqrt{\frac{s}{a}}\delta}{2\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot \sqrt{\frac{s}{a}}\delta}{2\alpha\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot \delta}{2a\alpha} \right) = \\
 &= \frac{\delta \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}\delta}{2\sqrt{a}} + \frac{\lambda \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}\delta}{2\alpha\sqrt{a}} + \frac{\lambda \cdot \delta}{2a\alpha} = \frac{\delta^2}{2a} + \frac{\lambda\delta}{2\alpha a} + \frac{\lambda \cdot \delta}{2a\alpha} = \frac{\delta^2}{2a} + \frac{\delta^2}{Bi a},
 \end{aligned}$$

то

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi(0)}{\phi(0)} \right] = \tau + \frac{1}{2a} \left(x^2 - \delta^2 \left(1 + \frac{2}{Bi} \right) \right). \quad (2.101)$$

Оригінали для інших коренів знаходимо за формулою

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{\phi'(s_n)} e^{s_n \cdot \tau} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{s_n^2 \gamma'(s_n)} e^{s_n \cdot \tau} = \\
 &= \frac{2\delta^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{(\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n) \mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{\delta} \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \cdot \tau}, \quad (2.102)
 \end{aligned}$$

так як $\gamma'(s_n) = \frac{a\mu_n^2}{2\delta^2 \sin \mu_n} (\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n), \Phi(s_n) = \cos \mu_n \frac{x}{\delta}.$

Тоді, з урахуванням (2.101) і (2.102), одержуємо

$$L^{-1} \left[\frac{ch\sqrt{\frac{s}{a}}x}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh\sqrt{\frac{s}{a}}\delta + ch\sqrt{\frac{s}{a}}\delta \right)} \right] = \tau + \frac{1}{2a} \left(x^2 - \delta^2 \left(1 + \frac{2}{Bi} \right) \right) +$$

$$+ \frac{2\delta^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n)} \cos(\mu_n \frac{x}{\delta}) e^{-\mu_n^2 \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}}. \quad (2.103)$$

З огляду на (2.83), (2.84), (2.85), (2.86) і (2.103), температурне поле пластини розраховується за формулою

$$\begin{aligned} t(x, \tau) = & t_0 + \frac{Q_v \cdot \tau}{c_v \cdot \rho_0} + (t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q'_2}{\alpha})(1 - \\ & - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} \cos(\mu_n \frac{x}{\delta}) e^{-\mu_n^2 \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}}) - \\ & - \frac{Q_v}{c_v \rho_0} (\tau + \frac{1}{2a} (x^2 - \delta^2 (1 + \frac{2}{Bi}))) + \\ & + \frac{2\delta^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n)} \cos(\mu_n \frac{x}{\delta}) e^{-\mu_n^2 \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}}. \end{aligned}$$

Наводячи подібні члени, остаточно знаходимо формулу для знаходження температурного поля пластини

$$\begin{aligned} t(x, \tau) = & t_0 + \left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q'_2}{\alpha} \right) \cdot \\ & \cdot (1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} \cos(\mu_n \frac{x}{\delta}) e^{-\mu_n^2 \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}}) - \\ & - \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \left[\frac{1}{2a} (x^2 - \delta^2 (1 + \frac{2}{Bi})) \right] + \\ & + \frac{2\delta^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n)} \cos(\mu_n \frac{x}{\delta}) e^{-\mu_n^2 \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}} \end{aligned} \quad (2.104)$$

Розглянемо знаходження оригіналу для вмісту вологи, скориставшись зображенням (2.80),

$$L^{-1}[U(x, s)] = L^{-1} \left[\left(A \frac{a \cdot \delta_2}{a_{m2} - a} \sqrt{\frac{a_{m2}}{a}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} - \right. \right.$$

$$-\frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}}\rho_0 s \cdot \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + A \frac{a_{m2} \cdot \delta_2}{a - a_{m2}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \frac{u_0}{s}]$$

або, користуючись лінійністю оберненого перетворення Лапласа,

$$L^{-1}[U(x, s)] = L^{-1}\left[\frac{u_0}{s}\right] + L^{-1}\left[\frac{\delta_2 a_{m2}}{a - a_{m2}} A \frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x\right] -$$

$$-L^{-1}\left[\frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \cdot \rho_0 \cdot s \cdot \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x\right]. \quad (2.105)$$

Обчислимо оригінали для кожного з доданків формули (2.105)

$$L^{-1}[U(x, s)] = u(x, \tau), L^{-1}\left[\frac{u_0}{s}\right] = u_0 \quad (2.106)$$

$$L^{-1}\left[\frac{\delta_2 a_{m2}}{a - a_{m2}} A \frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x\right] =$$

$$= \frac{\delta_2 \cdot a_{m2}}{a - a_{m2}} L^{-1}\left[A \frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x\right], \quad (2.107)$$

$$L^{-1}\left[\frac{q_2'}{a_{m2} \rho_0 s \cdot \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x\right] \cdot$$

$$\cdot \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \cdot \rho_0} L^{-1}\left[\frac{1}{s \cdot \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x\right]. \quad (2.108)$$

З урахуванням (2.57), обернене перетворення в рівність (2.107) набуде вигляду

$$\begin{aligned}
& L^{-1} \frac{\left(\left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha} \right) s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \right) \left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right)}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x] = \\
& = (t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha}) L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} - \right. \\
& \quad \left. \frac{Q_v}{c_v \rho_0} L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] \right]. \quad (2.109)
\end{aligned}$$

Знаходимо перше обернене перетворення

$$L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right]. \quad (2.110)$$

Подамо (2.110) у вигляді

$$\begin{aligned}
& L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] = \\
& = L^{-1} \frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right)} = L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{\psi(s)} \right],
\end{aligned}$$

$$\text{де } \Phi(s) = \left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) ch \sqrt{\frac{s}{a}} x, \psi(s) = s \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right).$$

Для знаходження оригіналу скористаємося теоремою розкладання

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{\psi(s)} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{\psi'(s_n)} e^{s_n \cdot \tau}. \quad (2.111)$$

Рівняння

$$\psi(s) = s \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) = 0$$

має один простий корінь $s_0 = 0$ і незліченну безліч коренів, які визначаються рівнянням (2.93)

$$s_n = -\frac{a \cdot \mu_n^2}{\delta^2}, (n = 1, 2, \dots).$$

Тоді формула (2.110) набуває вигляду

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{\psi(s)} \right] = \frac{\Phi(0)}{\phi(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{\psi'(s_n)} e^{s_n \cdot \tau}. \quad (2.112)$$

Ураховуючи, що

$$\begin{aligned} \Phi(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) ch \sqrt{\frac{s}{a}} x = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{\sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 = 2 \\ \Phi(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) = 1, \\ \Phi(s_n) &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s_n}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s_n}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) ch \sqrt{\frac{s_n}{a}} x = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{\sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} + 1 \right) \cos \mu_n \frac{x}{\delta} \\ \psi'(s) &= -\frac{\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n}{2 \sin \mu_n}. \end{aligned}$$

Тому

$$L^{-1} \left[\frac{\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s \cdot \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] =$$

$$= 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n} \left(\frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} + 1 \right) \cos \mu_n \frac{x}{\delta} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau}. \quad (2.113)$$

Наступне обернене перетворення у формулі (2.108) перетворимо до виду

$$\begin{aligned} & L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] = \\ & = L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right)} \right] = L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{\psi(s)} \right], \\ & \Phi(s) = \left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) ch \sqrt{\frac{s}{a}} x, \psi(s) = s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right). \end{aligned}$$

Так як у рівнянні

$$\psi(s) = s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) = 0$$

корінь $s_0 = 0$ має кратність двом, то в теоремі розкладання скористаємося формулою

$$\begin{aligned} L^{-1} \left[\frac{\Phi(0)}{\gamma(0)} \right] &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} \left(\frac{\Phi(s)}{\gamma(s)} e^{s \cdot \tau} \right) = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\tau \cdot e^{s \cdot \tau} \Phi(s)}{\gamma(s)} + \frac{e^{s \cdot \tau} \Phi'(s)}{\gamma(s)} - \frac{e^{s \cdot \tau} \Phi(s) \gamma'(s)}{\gamma^2(s)} \right), \end{aligned}$$

$$\text{де } \gamma(s) = \left(\frac{\lambda}{\alpha} \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right).$$

Обчислюємо похідні

$$\begin{aligned}
\Phi'(s) &= \left(\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) ch \sqrt{\frac{s}{a}} x \right)' = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right)' ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \\
&\quad + \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) (ch \sqrt{\frac{s}{a}} x)', \\
\Phi'(s) &= \frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{\delta}{2\sqrt{as}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}s}} \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh^2 \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \cdot \\
&\quad \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) \frac{x}{2\sqrt{as}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} x, \\
\gamma'(s) &= \frac{\delta \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{2\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{2\alpha\sqrt{as}} + \frac{\lambda \cdot \delta}{2a\alpha} ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta.
\end{aligned}$$

Тоді $\Phi(0) = 2, \gamma(0) = 1$

$$\begin{aligned}
\lim_{s \rightarrow 0} \Phi'(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{\delta}{2\sqrt{as}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}s}} \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh^2 \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \cdot \\
&\quad \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x + \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) \frac{x}{2\sqrt{as}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} x, \\
\lim_{s \rightarrow 0} \Phi'(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{\delta}{2\sqrt{as}} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}s}} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{\frac{s}{a_{m2}} \delta^2} + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{\sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) \frac{x}{2\sqrt{as}} \sqrt{\frac{s}{a}} x \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{s \rightarrow 0} \Phi'(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{a}{a_{m2}} \frac{\delta}{2\sqrt{as}} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}s}} \sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{\frac{s}{a_{m2}} \delta^2} + \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{\sqrt{\frac{s}{a}} \delta}{\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} + 1 \right) \frac{x}{2\sqrt{as}} \sqrt{\frac{s}{a}} x \right), \\
\lim_{s \rightarrow 0} \Phi'(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{a}{a_{m2}} \frac{1}{2\sqrt{a}} \sqrt{\frac{1}{a_{m2}}} - \frac{1}{2\sqrt{a_{m2}}} \sqrt{\frac{1}{a}}}{\frac{s}{a_{m2}}} + \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a_{m2}}} \frac{\sqrt{\frac{1}{a}}}{\sqrt{\frac{1}{a_{m2}}}} + 1 \right) \frac{x}{2\sqrt{a}} \sqrt{\frac{1}{a}} x \right), \\
\Phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \Phi'(s) = \frac{x^2}{a}, \gamma'(0) = \frac{\delta^2}{2a} + \frac{\delta^2}{Bi \cdot a}.
\end{aligned}$$

Отже,

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi(0)}{\gamma(0)} \right] = \tau + \frac{x^2}{a} - \frac{\delta^2}{2a} - \frac{\delta^2}{a \cdot Bi} = \tau + \frac{x^2}{a} - \frac{\delta^2}{2a} \left(1 + \frac{2}{Bi} \right).$$

Обернене перетворення набуває вигляду

$$\begin{aligned}
L^{-1} \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right) \cdot ch \sqrt{\frac{s}{a}} x}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] &= \tau + \frac{x^2}{a} - \frac{\delta^2}{2a} \left(1 + \frac{2}{Bi} \right) - \\
- \frac{2\delta^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n^2 (\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n)} \left(\frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} + 1 \right) \cos \mu_n \frac{x}{\delta} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau}. &(2.114)
\end{aligned}$$

Тоді (2.107), згідно з (2.113) і (2.114), набуває вигляду

$$\begin{aligned}
L^{-1} \left[\frac{\left(\left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q'_2}{\alpha} \right) s - \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right)}{s^2 \left(\frac{\lambda}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} \delta + ch \sqrt{\frac{s}{a}} \delta \right) \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a}} x \right] &= \\
= 2 \left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q'_2}{\alpha} \right). &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n} \left(\frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} + 1 \right) \cos \mu_n \frac{x}{\delta} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \right) - \\
& - \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \left(\tau + \frac{x^2}{a} - \frac{\delta^2}{2a} \left(1 + \frac{2}{Bi} \right) - \frac{2\delta^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^2 (\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n)} \left(\frac{\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 1 \right) \cos \mu_n \frac{x}{\delta} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \right). \tag{2.115}
\end{aligned}$$

Обчислимо оригінал згідно з формулою (2.107)

$$\begin{aligned}
L^{-1} \left[\frac{1}{s \cdot \sqrt{s} \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x &= L^{-1} \left[\frac{\sqrt{s}}{s^2 \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \right] ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x = \\
&= L^{-1} \left[\frac{\Phi(s)}{s^2} \right],
\end{aligned}$$

$$\text{де } \Phi(s) = \frac{\sqrt{s}}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x.$$

Застосовуємо теорему розкладання

$$L^{-1}[\Phi(0)] = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{ds} (\Phi(s) e^{s \cdot \tau}) = \lim_{s \rightarrow 0} (\tau \cdot e^{s \cdot \tau} \Phi(s) + \Phi'(s) e^{s \cdot \tau}),$$

$$\Phi(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{s}}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} = \frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta},$$

$$\Phi'(s) = \left(\frac{\sqrt{s}}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x \right)' =$$

$$= \left(\frac{\sqrt{s}}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x \right)' + \frac{\sqrt{s}}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \left(ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x \right)',$$

$$\begin{aligned}
\Phi'(s) &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{s}} sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \sqrt{s} \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}s}} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta}{\left(sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right)^2} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + \\
&\quad + \frac{\sqrt{s}}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \frac{x}{2\sqrt{a_{m2}s}} sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x, \\
\Phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{s}} sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \sqrt{s} \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}s}} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta}{\left(sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right)^2} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x + \\
&\quad + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \frac{x}{2\sqrt{a_{m2}s}} sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x, \\
\Phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta - \frac{\delta}{2\sqrt{a_{m2}}}}{\left(\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta \right)^2} + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} \frac{x}{2\sqrt{a_{m2}}} \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x, \\
\Phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{a_{m2}}} - \frac{1}{2\sqrt{a_{m2}}}}{\frac{s}{a_{m2}} \delta} + \frac{x^2}{2\delta\sqrt{a_{m2}}}, \Phi'(0) = \frac{x^2}{2\delta\sqrt{a_{m2}}}, \\
L^{-1}[\Phi(0)] &= \tau \cdot \frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} + \frac{x^2}{2\delta\sqrt{a_{m2}}}, \\
L^{-1}\left[\frac{1}{s \cdot \sqrt{s} \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} \delta} ch \sqrt{\frac{s}{a_{m2}}} x\right] &= \tau \cdot \frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} + \frac{x^2}{2\delta\sqrt{a_{m2}}} = \\
&= \frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} \left(\tau + \frac{x^2}{2a_{m2}} \right). \tag{2.116}
\end{aligned}$$

Підставляючи (2.119) у (2.110), знаходимо

$$\frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}}\rho_0} L^{-1}\left[\frac{1}{s \cdot \sqrt{s} \cdot sh\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}}\delta}\right] ch\sqrt{\frac{s}{a_{m2}}}x + \frac{q_2'}{\rho_0\delta} \left(\tau + \frac{x^2}{2a_{m2}}\right). \quad (2.117)$$

У результаті формула (2.105), згідно з (2.115) і (2.117), набуває вигляду

$$\begin{aligned} u(x, \tau) = & u_0 - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \left(t_c - t_0 - \frac{\rho q_2'}{\alpha} \right) \cdot \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{(\sin \mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}})\mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \left[\frac{a - a_{m2}}{a \sqrt{a_{m2}}} (x^2 - \frac{\delta^2}{2}) + \frac{\delta^2}{a} \cdot \right. \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin(\mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}})\mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \left. \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n))} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \right] - \\ & - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}}\rho_0} \left[\frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} \tau + \frac{1}{2\delta\sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) \right]. \quad (2.118) \end{aligned}$$

Формули (2.104) і (2.118) дозволяють оцінити величини температури та вмісту вологи в пластині [1].

Необхідно підкреслити, що наявність у формулі (2.118) доданків, які містять явно час (τ), вказує на те, що розрахунок за формулою повинен бути обмежений величиною вологовмісту, тобто мінімальна величина вологовмісту що розраховується, повинна бути не меншою від вмісту вологи зовнішнього середовища.

Для розрахунку питомої витрати енергії використаємо таку формулу:

$$Q_v = \frac{P}{V}, \quad P = Q_v \cdot V = Q_v \cdot \frac{m_0}{\rho_0},$$

де Q_v – питома потужність, Вт/м³;

$$q_{\Pi} = \frac{P}{(u_0 - u(x, \tau)) \cdot m_0} = \frac{Q_v}{\rho_0(u_0 - u(x, \tau))}.$$

Підставивши (2.118), отримуємо

$$\begin{aligned} q_{\Pi} = & Q_v / (\rho_0 \cdot (\delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \left(t_c - t_0 - \frac{\rho q'_2}{\alpha} \right) \cdot \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{(\sin \mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}}) \mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \left[\frac{a - a_{m2}}{a \sqrt{a_{m2}}} (x^2 - \frac{\delta^2}{2}) + \frac{\delta^2}{a} \cdot \right. \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin(\mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}}) \mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n))} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \left. \right] - \\ & - \frac{q'_2}{\sqrt{a_{m2}} \rho_0} \left[\frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} \tau + \frac{1}{2 \delta \sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.119)$$

2.4. Вплив вологовмісту зовнішнього середовища на процес сушіння

У процесі моделювання потрібно ввести певні обмеження, пов'язані з властивостями дисперсних матеріалів, врівноважувати величину вологості з довкіллям.

Необхідно відзначити, що при моделюванні стаціонарного рішення повинна виконуватися умова

$$u = u_0 - \delta_2 \left(\frac{Q_v}{2\lambda} (x^2 - \delta^2) - t_c + t_0 - \frac{\delta}{\alpha} Q_v - \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q'_2 \right) \geq u_{\Pi},$$

де u_{Π} – вологовміст зовнішнього середовища.

З огляду на те, що найбільша величина вологовмісту досягається на границі пластини, остання нерівність набуває вигляду

$$u_0 - u_n \geq \delta_2 \left(t_c - t_0 + \frac{\delta}{\alpha} Q_v + \frac{1}{\alpha} \rho \cdot q_2' \right)$$

або

$$\frac{1}{\delta_2} \frac{u_0 - u_n}{t_c - t_0} - \frac{1}{\alpha} \frac{\delta \cdot Q_v + \rho \cdot q_2'}{t_c - t_0} \geq 1. \quad (2.120)$$

Якщо процес нестационарний, то обмеження набуває вигляду

$$u(x, \tau) \geq u_n$$

або, з урахуванням того, що найбільша величина вологовмісту досягається на границі пластини,

$$u(\delta, \tau) \geq u_n,$$

тобто

$$\begin{aligned} u(x, \tau) = & u_0 - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha} \right) \cdot \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} \cos \mu_n \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos \mu_n \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \cdot \\ & \cdot \left[\frac{a - a_{m2}}{2a\sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) + \frac{\delta^2}{a} 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin \mu_n}{\sin \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \mu_n} \cos \mu_n \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sqrt{a_{m2}} \cos \mu_n \frac{x}{\delta} \right) \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \right] - \\ & - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \rho_0} \left[\frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} \tau + \frac{1}{2\delta\sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) \right] \geq u_n. \quad (2.121) \end{aligned}$$

Це нерівність визначає момент часу закінчення сушіння. Отже, умови (2.120) і (2.121) визначають обмеження на моделювання процесу сушіння.

Теорія подібності й розмірності – основа фізичного моделювання процесу сушіння капілярно-пористого матеріалу. Реалізація результатів математичного моделювання процесу сушіння капілярно-пористого матеріалу

передбачає проведення фізичного моделювання з метою підтвердження одержаних результатів. Природний підхід до розв'язання цього завдання ґрунтується на теорії подібності та розмірностей [54].

Аналітичні формули (2.104) і (2.118), отримані вище як результат математичного моделювання процесу сушіння капілярно-пористого матеріалу, включають змінні й параметри, вплив яких ураховується окремо. Аналіз цих формул показує, що їх застосування викликає певні труднощі. Це, перш за все, пов'язано з численністю параметрів, які входять до формули окремо й не дозволяють ефективно застосовувати їх як знаряддя якісного та кількісного дослідження процесу сушіння капілярно - пористого матеріалу. Одним із природних шляхів усунення таких труднощів є формування в одержаних формулах узагальнених змінних, які називаються в теорії подібності та розмірностей безрозмірними комплексами [55]. Такі комплекси скорочують кількість змінних, що діють порізно, з одного боку, і дозволяють більш чітко уявити процес сушіння в якісному й кількісному оцінюванні, з іншого боку. Перехід від звичайних фізичних величин до величин комплексного типу, складених із цих же величин, але в певних поєднаннях, що залежать від природи процесу, створює важливі переваги. Перш за все, як зазначено вище, зменшується кількість змінних. Разом з тим при дослідженні завдання в цих величинах, що відображають вплив окремих змінних не порізно, а в сукупності, більш чітко виступають внутрішні зв'язки, що характеризують процес, і вся кількісна картина загалом стає більш ясною. Нарешті, нові змінні мають ще одну важливу особливість. Імовірно, задане значення комплексу може бути отримано як результат безлічі різних комбінацій складових його величин. Отже, фіксованим значенням нових змінних відповідає не одна певна сукупність первинних величин, а незліченна безліч таких сукупностей. Це означає, що при розгляді завдання в нових змінних досліджується не поодинокий окремий випадок, а безліч різних випадків. Тому нові змінні можна назвати узагальненими, а їх застосування надає розв'язанню завдання узагальнений характер [56].

У результаті математичного моделювання процесу сушіння капілярно-пористого матеріалу було отримано формули зміни температури й вологовмісту пластини (2.104) і (2.118). Аналіз одержаних формул вказує на певні труднощі при їх фізичному моделюванні, пов'язані з досить великою кількістю розрізнено вхідних параметрів. Застосування теореми як центрального результату теорії подібності та розмірностей дозволяє вказати кількість критеріїв і представити одержану формулу в безрозмірному вигляді через критерії подібності. У результаті формула (2.104) в безрозмірному вигляді представиться у вигляді

$$\theta(X, Fo) = 1 - X^2 + \frac{2}{Bi} + \Omega - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\Omega - \frac{1}{\mu_n^2} \right) \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} \cos(\mu_n \cdot X) e^{-\mu_n^2 \cdot Fo}, \quad (2.122)$$

$$\text{де } \theta(X, Fo) = \frac{2(t - t_0)\lambda}{Q_v \delta^2}, \quad X = \frac{x}{\delta}, \quad \Omega = \left(t_c - t_0 - \frac{\rho \cdot q_2'}{\alpha} \right) \frac{2 \cdot \lambda}{Q_v \cdot \delta^2},$$

$$Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda} - \text{критерій Біо}, \quad Fo = \frac{a}{\delta^2} \tau - \text{критерій Фур'є}.$$

Свою чергою, формула (2.118) в безрозмірному вигляді представиться у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi(X, Fo) = & \frac{1}{2} \left(X^2 - \frac{1}{2} \right) (\sigma - \Pi) - \Pi \cdot \sigma \cdot Fo + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\Omega + \frac{\sigma}{1 - \sigma} \frac{1}{\mu_n^2} \right) (\sqrt{\sigma} \frac{\sin \mu_n}{\sin \sqrt{\sigma} \mu_n} \cos \mu_n \sqrt{\sigma} - \\ & - \cos \mu_n X) \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n} e^{-\mu_n^2 Fo}, \end{aligned} \quad (2.123)$$

$$\text{де } \Psi(X, Fo) = \frac{(u - u_0)(\sigma - 1) \cdot \lambda}{\delta_2 \cdot Q_v \cdot \delta^2}, \quad \sigma = \frac{a}{a_{m2}}, \quad \Pi = q_2' \frac{(\sigma - 1) \cdot c_v}{\delta_2 \cdot Q_v \cdot \delta}.$$

Отже, у формулах (2.121) і (2.122) замість 16 змінних $t, t_0, t_c, \rho, q_2', \alpha, x, \delta, a, \tau, Q_v, c_v, \rho_0, u, u_0, \delta_2$ використовуються 8 безрозмірних змінних $\theta, X, \Omega, Bi, Fo, \Psi, \sigma, \Pi$.

Таке зменшення кількості змінних дозволяє істотно спростити фізичне моделювання і ефективніше проаналізувати одержані результати.

2.5. Висновки

1. На підставі фізичних уявлень про процес сушіння капілярно-пористого матеріалу побудовано математичну модель, що зв'язує за допомогою рівнянь математичної фізики температуру й вологовміст у пластині з капілярно-пористого матеріалу.

2. Користуючись перетворенням Лапласа, одержано аналітичний розв'язок поставленої задачі у вигляді залежності температури та вмісту вологи від часу й просторової координати, особливістю якого є одночасний облік протікання теплових і дифузійних процесів у пластині.

3. Виявлено вплив вологовмісту середовища на процес сушіння та умови протікання процесу.

4. Одержала подальший розвиток модель тепломасообмінних процесів у капілярно-пористому тілі, які протікають при сушінні за рахунок внутрішніх джерел теплоти в умовах електричного нагрівання, що дозволяє вибрати раціональні параметри установки для зневоднення.

5. Шляхом застосування теорії подібності та аналізу розмірностей уніфіковано математичну модель процесу сушіння пластини з капілярно-пористого матеріалу, що дозволило при фізичному моделюванні одержувати узагальнені висновки.

РОЗДІЛ 3

ЛАБОРАТОРНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ СУШІННЯ ВПЛИВОМ ЗМІННОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

Дослідження проводяться у два етапи. На першому етапі перевіряється адекватність математичної моделі процесу сушіння тонкодисперсних матеріалів з внутрішніми джерелами теплоти. На другому етапі дослідження проводяться для визначення раціональних параметрів процесу сушіння тонкодисперсних матеріалів комбінованим способом.

3.1. Перевірка адекватності математичної моделі сушіння тонкодисперсних матеріалів

3.1.1. Методика лабораторних досліджень перевірки адекватності математичної моделі

Ці дослідження проводяться з метою перевірки адекватності теоретичних залежностей, одержаних у розділі 2 (2.104), (2.118), (2.119).

До параметрів, що підлягають реєстрації при проведенні досліджень, належать:

- температура матеріалу t_m ;
- кінцева температура матеріалу t_k ;
- маса навішення після експерименту m_k ;
- кінцева вологість u , %;
- питома витрата енергії q_n , (кВт·год)/кг.

Сталі чинники:

- температура повітря $t_{в1}$;
- маса навішення до експерименту $m_0 = 0,3$ кг;
- відстань між електродами 30 мм;
- площа контакту 24 см².

Варійовані чинники:

- вологість матеріалу початкова u_0 , 14% - 18%, крок 2%;
- тривалість експерименту τ 30...300 с, крок 10 с;

- напруга 150В, 200В, 250В, 300В, крок 50 В;
- товщина шару 1-7 см, крок 1 см.

Початкові значення варійованих чинників було обрано виходячи з результатів попередніх досліджень [45].

Методика проведення експериментів і вимірювань. Дослідження основних закономірностей процесу проводилися класичним методом.

Засоби вимірювання:

- ватметр типу НЗ95;
- електричний тепловізор «Infrared thermal imager»;
- лабораторного автотрансформатора з реле часу RUCELF LTC-1000.

Усі прилади пройшли повірку в ДП «КРИВБАССТАНДАРТМЕТРОЛОГІЯ» у 2021р.

3.1.2. Опис лабораторної установки

Для проведення лабораторних досліджень процесу сушіння прямим впливом електричного струму тонкодисперсних продуктів збагачення та з'ясування основних закономірностей цього процесу зібрано установку (рис. 3.1), яка складається з двох оцинкованих електродів 7 розміром 70х100 мм, поміщених у текстолітовий стакан, лабораторного автотрансформатора, реле часу й контрольно - вимірювальних приладів (тепловізор, ватметр, амперметр, лічильник). Навіщення вихідного матеріалу завантажується між електродами й ущільнюється за допомогою вантажу 3 масою 12 кг через шток з поршнем 6, виконаним у вигляді діелектричної решітки. Відстань між електродами регулюється підбором прокладок. Для проведення експериментів було обрано пісок з крупністю частинок 0,1-0,2 мм [64,10].

Для перевірки працездатності установки проведено експерименти з сушіння піску з початковою вологістю 14%, 16%, 18% та при напрузі 150В, 200В, 250В, 300В та частотою 50Гц. Маса навіщення становила 0,3 кг. Відстань між електродами 30 мм. У ході дослідів варіювався час сушіння. Температура матеріалу вимірювалася електричним тепловізором «Infrared thermal imager»

(початкові значення вологості матеріалу та напруги були вибрані виходячи з результатів попередніх досліджень [45], передбачуваної вологості продуктів збагачення та для підтримки необхідної напруженості електричного поля).

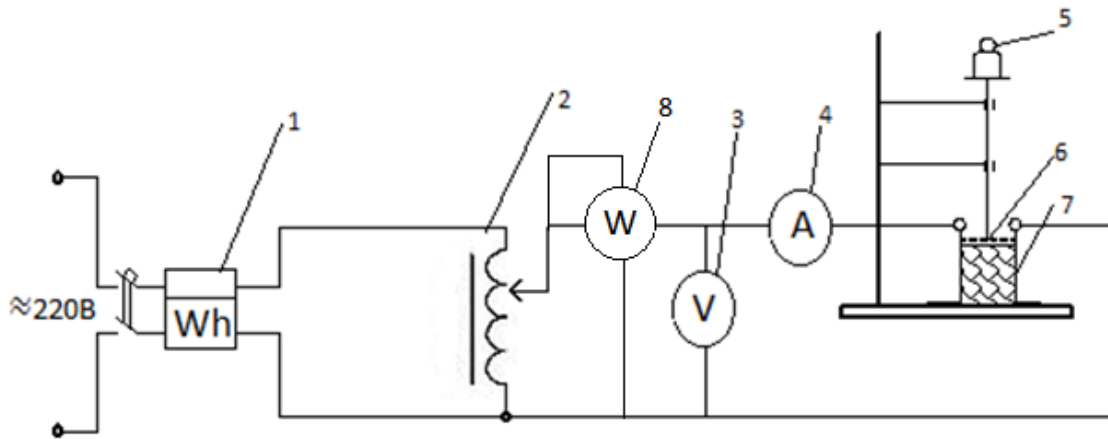


Рис 3.1. Схема лабораторної установки для досліджень процесу сушіння тонкодисперсних матеріалів прямим впливом електричного струму

1 – лічильник, 2 – лабораторний автотрансформатор, 3 – ватметр,
4 – амперметр, 5 – вантаж, 6 – шток із поршнем, 7 – пластини електродів, 8 –
вольтметр.



Рис. 3.2. Фото лабораторної установки

3.1.3. Порядок виконання експериментів та обробки результатів

У вихідного матеріалу визначається початкова температура й вологість. Вологість визначалася за стандартною методикою. Маса навішення становила 0,3 кг. Відстань між електродами варіювалося за допомогою прокладок між останніми та стінкою стакана установки. Після завантаження та ущільнення вимірювалася висота матеріалу в стакані. Потім автотрансформатором встановлюється напруга U , В на електродах.

Після пропускання струму вимірюється температура й вологість матеріалу, причому вологість визначається після механічного розпушення й усереднення матеріалу за результатами відбору трьох проб. Кожен дослід повторюється п'ять разів. Вологість матеріалу визначається шляхом сушіння проби в сушильній шафі при температурі 105 °С упродовж 30-50 хв.

Величина вологості проби визначається за формулою:

$$W = 100(m_1 - m_2)/(m_1 - m_3), \quad (3.1)$$

де m_1 – маса навішення з тарою до висушування у шафі, г; m_2 – маса навішення з тарою після висушування у шафі, г; m_3 – маса сухої тари, г.

Середня величина вологості обчислюється за формулою:

$$\bar{W} = \frac{(\sum_{i=1}^n Wi)}{n}, \%, \quad (3.2)$$

де $\bar{W}$ – середня вологість матеріалу, % за результатами n - вимірювань; n – кількість вимірювань параметра W ; Wi – i -те вимірювання вологості матеріалу.

Потім перевіряється вірогідність дослідів за допомогою методів математичної статистики. Для цього визначається середньоквадратичне відхилення в кожному досліді за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Wi - \bar{W})^2}{n - 1}}, \%, \quad (3.3)$$

де σ – середньоквадратичне відхилення, %; Wi – вологість матеріалу, одержана в результаті проведення i -того досліді, %; $\bar{W}$ – середня вологість матеріалу за результатами n - дослідів, %; n – кількість дослідів.

Імовірна помилка визначалася за формулою:

$$\varepsilon = \frac{t_p}{\sqrt{n}} \sigma, \%, \quad (3.4)$$

де ε – імовірна помилка, %.

Дійсна вологість матеріалу буде дорівнювати

$$W \pm \varepsilon. \quad (3.5)$$

Якщо обчислена на підставі n - дослідів помилка вища від допустимої, то ймовірно число дослідів n потрібно збільшити. Якщо допустима помилка ε_1 , то необхідна кількість дослідів визначається за формулою:

$$n_1 = \left(\frac{t_p}{\varepsilon_1}\right)^2 \sigma^2, \quad (3.6)$$

де n_1 – необхідна кількість дослідів, ε_1 – допустима помилка, % (приймаємо $\varepsilon_1 = 0,1\%$); σ – середньоквадратичне відхилення, %.

Після цього обчислювалося нове значення вологості за формулою:

$$\bar{W} = \frac{(\sum_{i=1}^{n_1} Wi)}{n_1}. \quad (3.7)$$

Вірогідність результатів дослідження оцінюється також за їх відповідністю нормальному закону розподілення.

Нормальний закон розподілення підтверджується виконанням таких умов: $|\gamma_1| < 3$ и $|\gamma_2| < 3$,

де

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (Wi - \bar{W})^3 \sqrt{n}}{n\sigma\sqrt{6}}, \quad (3.8)$$

$$\gamma_2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Wi - \bar{W})^4}{n\sigma^4} - 3 \right] \sqrt{\frac{n}{24}}, \quad (3.9)$$

де γ_1 – асиметрія кривої розподілення; γ_2 – ексцес кривої розподілення.

Вірогідність результатів при вимірюванні температури нагріву матеріалу в процесі сушіння перевіряється аналогічно.

3.1.4. Перевірка залежності кінцевої вологості матеріалу в процесі сушіння тонкодисперсних матеріалів

Перевірка залежності (2.118) проводилася для кожної серії експериментальних досліджень.

Відповідний алгоритм програми наведено нижче.

$$\begin{aligned} u(x, \tau) = & u_0 - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \left(t_c - t_0 - \frac{\rho q_2'}{\alpha} \right) \cdot \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin(\mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}})\mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \left[\frac{a - a_{m2}}{a \sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) + \frac{\delta^2}{a} \cdot \right. \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin(\mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}})\mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n))} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \left. - \right. \\ & \left. - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \rho_0} \left[\frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} \tau + \frac{1}{2\delta \sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) \right] \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

Для математичного розрахунку додатково визначено характеристики досліджуваного матеріалу:

δ – товщина шару, м;

λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·град);

t_0 – початкова температура пластини, °С;

t_c – температура довкілля, °С;

t_m – температура за мокрим термометром, °С;

t_k – кінцева температура пластини, °С;

u_0 – початкова вологість пластини, %;

τ – час проведення експерименту, с;

x – точка знаходження вологості в пластині;

ρ_0 – щільність сухого матеріалу, кг/м³;

ρ – радіус меніска капіляра, м;

c_v – ізохорна питома теплоємність, Дж/(моль·К);

$$c_v = (1 - u_0) \cdot c_{v1} + u_0 \cdot c_{v2}, \quad (3.11)$$

де c_{v1} та c_{v2} – ізохорна теплоємність води та повітря;

Q_v – питома потужність, Вт/м³;

$$Q_v = \frac{P}{V}, \quad P = \frac{n}{600} \cdot \frac{3600}{\tau}, \quad (3.12)$$

де n – кількість обертів лічильника,

600 – кількість обертів лічильника при 1 кВт/год;

V – об'єм пластини, м³;

$$V = 2\delta \cdot b \cdot c, \quad (3.13)$$

b – довжина пластини, м;

c – висота пластини, м;

a – коефіцієнт температуропровідності, Вт/(м·град);

$$a = \frac{\lambda}{c_v \cdot \rho_0}, \quad (3.14)$$

a_{m2} – коефіцієнт дифузії рідини, м²/сек;

$$a_{m2} = D_0 \cdot \left(\frac{273 + t_{sr}}{273} \right), \quad (3.15)$$

де D_0 – коефіцієнт дифузії за нормальних умов,

t_{sr} – середня температура пластини, °C;

$$t_{sr} = \frac{t_0 + t_k}{2}, \quad (3.16)$$

α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·град);

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_B}{2\delta}, \quad (3.17)$$

$$Nu = 0.75 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0.25},$$

$$Gr = \frac{g \cdot (2\delta)^3}{\nu^2} \cdot \beta_1 \cdot (t_{sr} - t_0),$$

$$Pr = \frac{\nu}{a_1}, \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1 \cdot \rho_1},$$

q_2 – інтенсивність масообміну, кг/(м²·с);

$$q_2 = \beta \cdot \Delta p, \quad (3.18)$$

$$\beta = \frac{Nu_D \cdot a_{m2}}{2\delta}, \quad Nu_D = 0.75 \cdot (Gr_D \cdot Pr_D)^{0.25},$$

$$Gr_D = \frac{\Delta p}{\rho_B} \cdot \frac{g \cdot (2\delta)^3}{\nu^2},$$

$$\Delta p = \frac{p_1 - p_2}{R \cdot T_{sr}},$$

$$p_{1,2} = 133.3210^{lgp_{1,2}} - 1.646 \cdot 10^4,$$

$$lgp_1 = \frac{8.12 \cdot t_{sr} + 156}{t_{sr} + 236}, \quad lgp_2 = \frac{8.12 \cdot t_m + 156}{t_m + 236},$$

$$Pr_D = \frac{\nu}{a_{m2}};$$

δ_2 – відносний коефіцієнт термодифузії, кг/(кг·град);

$$\delta_2 = \frac{-\Delta c}{1000\Delta T} \cdot \frac{1}{d_1 \cdot (1 - d_1)}, \quad (3.19)$$

$$\Delta T = t_0 - t_m,$$

$$\Delta c = d_1 - d_2,$$

$$d_{1,2} = \frac{0.622p_{1,2}}{10^5 - p_{1,2}},$$

Bi – число Біо,

$$Bi = \frac{\alpha \cdot \delta}{\lambda}, \quad (3.20)$$

μ_{1-6} – коефіцієнт.

Питома витрата енергії, (кВт·год)/кг

$$q_{\text{п}} = \frac{P \cdot \tau}{((u_0 - u_{\text{досл}}) \cdot m) \cdot 3600}. \quad (3.21)$$

Відносна похибка розрахунку для одного випадку була розрахована як

$$\Delta = \frac{u_{\text{досл}} - u_{\text{розр}}}{u_{\text{досл}}}. \quad (3.22)$$

3.1.5. Результати експериментів і аналіз одержаних даних

У результаті проведених лабораторних досліджень на спеціально створеній лабораторній установці (фото рис.3.2) визначено раціональні параметри установки (відстань між електродами, напруга струму, час сушіння). Перевірено адекватність теоретичних залежностей, одержаних у розділі 2, для початкових умов.

Результати експериментів представлено в таблицях 3.2 – 3.10 та на графіках рис. 3.3 – 3.20.

Залежності вологості матеріалу від часу дії електричного струму наведено на графіках рис 3.6, 3.11, 3.16, 3.21.

Зміна температури від часу сушіння наведено на рис 3.7, 3.12, 3.17, 3.22.

Величини питомої втрати енергії на видалення 1кг вологи наведено на рис. 3.3 - 3.5, 3.8 - 3.10, 3.13 - 3.15, 3.18 - 3.20.

Таблиця 3.1. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 13,67%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °C	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	150	7	30	5	13,41/13,54	28	1,06
2			60	5	13,28/13,11	34	2,1
3			90	5	12,73/12,82	41	1,46
4			120	5	12,57/12,38	50	1,76
5			150	5	12,03/11,92	57	1,68
6			180	5	11,27/11,12	67	1,5
7			210	5	10,17/10,34	71	1,34
8			240	5	8,71/8,54	78	1,17
9			270	5	8,10/8,17	95	1,14
10			300	5	7,26/7,12	93	1,08

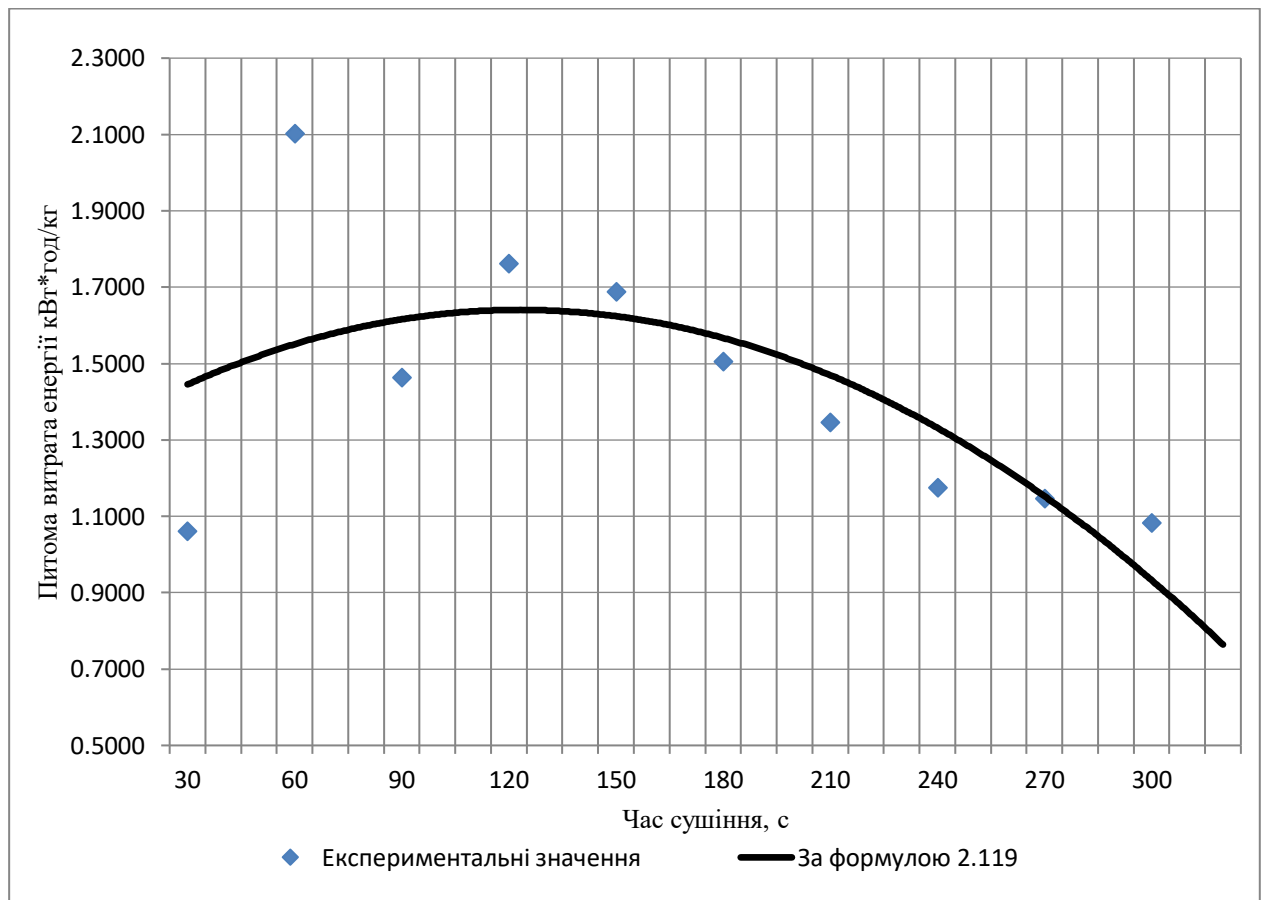


Рис 3.3. Графік залежності питомої витрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 13,67%, напруга – 150В)

Таблиця 3.2. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 15,71%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °С	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	150	7	30	5	14,78/14,92	28	0,29
2			60	5	14,72/14,69	35	0,84
3			90	5	14,46/14,38	45	0,89
4			120	5	14,17/14,15	50	1,08
5			150	5	13,49/13,45	54	1
6			180	5	12,94/12,88	56	1
7			210	5	12,05/11,97	67	1,06
8			240	5	11,24/11,1	85	1,11
9			270	5	10,56/10,51	92	1,23
10			300	5	9,55/9,44	91	1,12

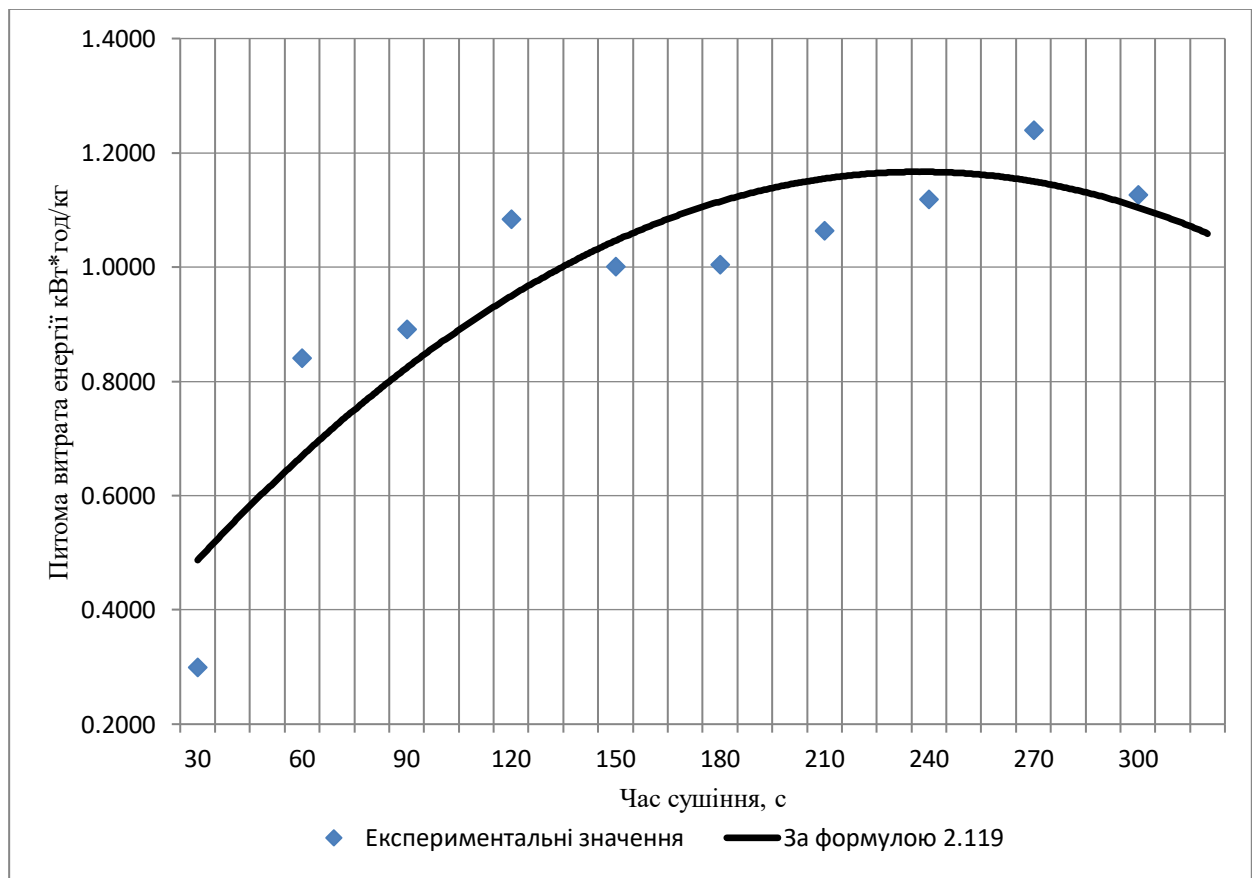


Рис 3.4. Графік залежності питомої витрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 15,71%, напруга – 150В)

Таблиця 3.3. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 18,3%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °C	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	150	6	30	5	16,9/17,2	31	0,27
2			60	5	16,51/16,62	39	0,46
3			90	5	16,44/16,38	47	0,89
4			120	5	16,29/16,24	58	1,24
5			150	5	16,04/15,98	63	1,23
6			180	5	15,81/15,74	69	1,34
7			210	5	14,79/14,68	74	1,18
8			240	5	13,97/13,85	78	1,15
9			270	5	11,11/11,02	94	1
10			300	5	9,64/9,51	91	0,93

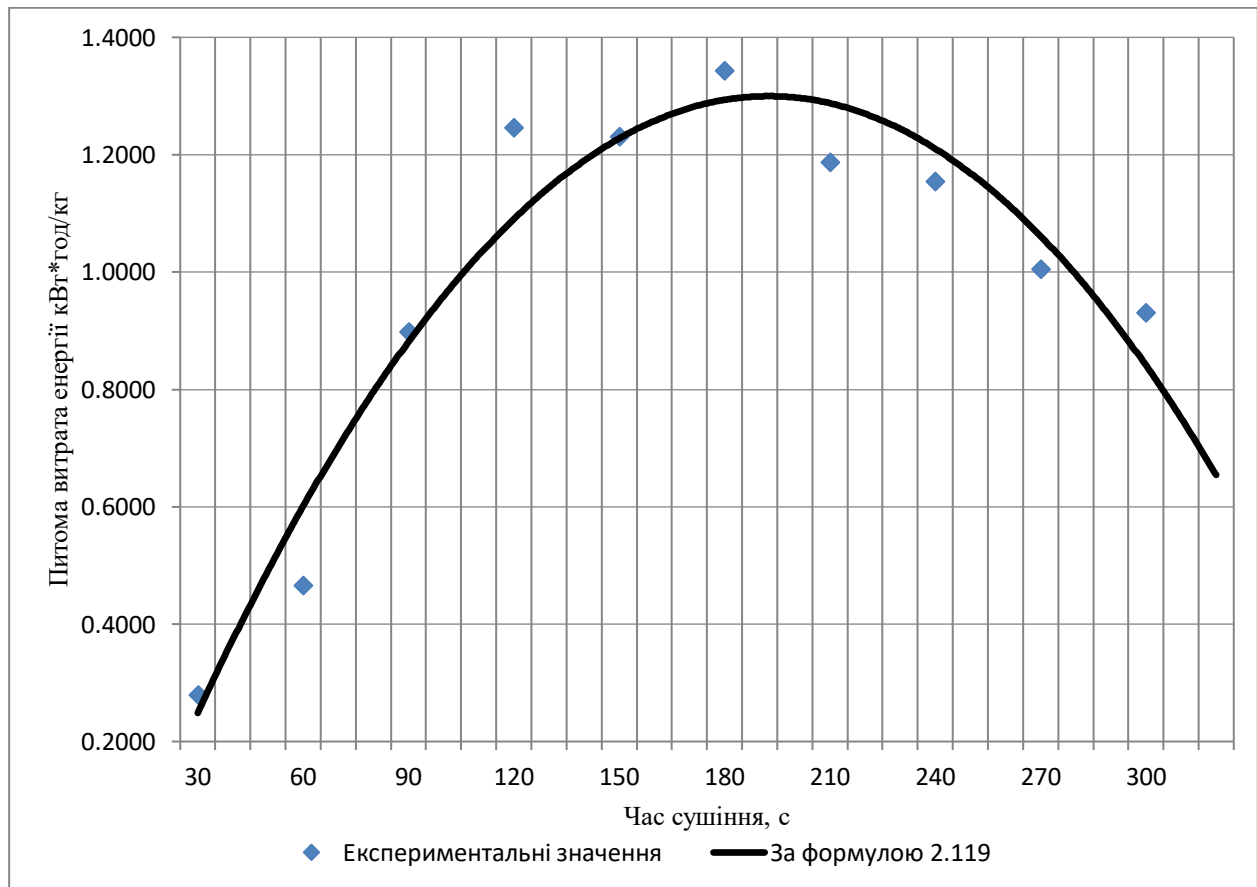


Рис 3.5. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 18,3%, напруга – 150В)

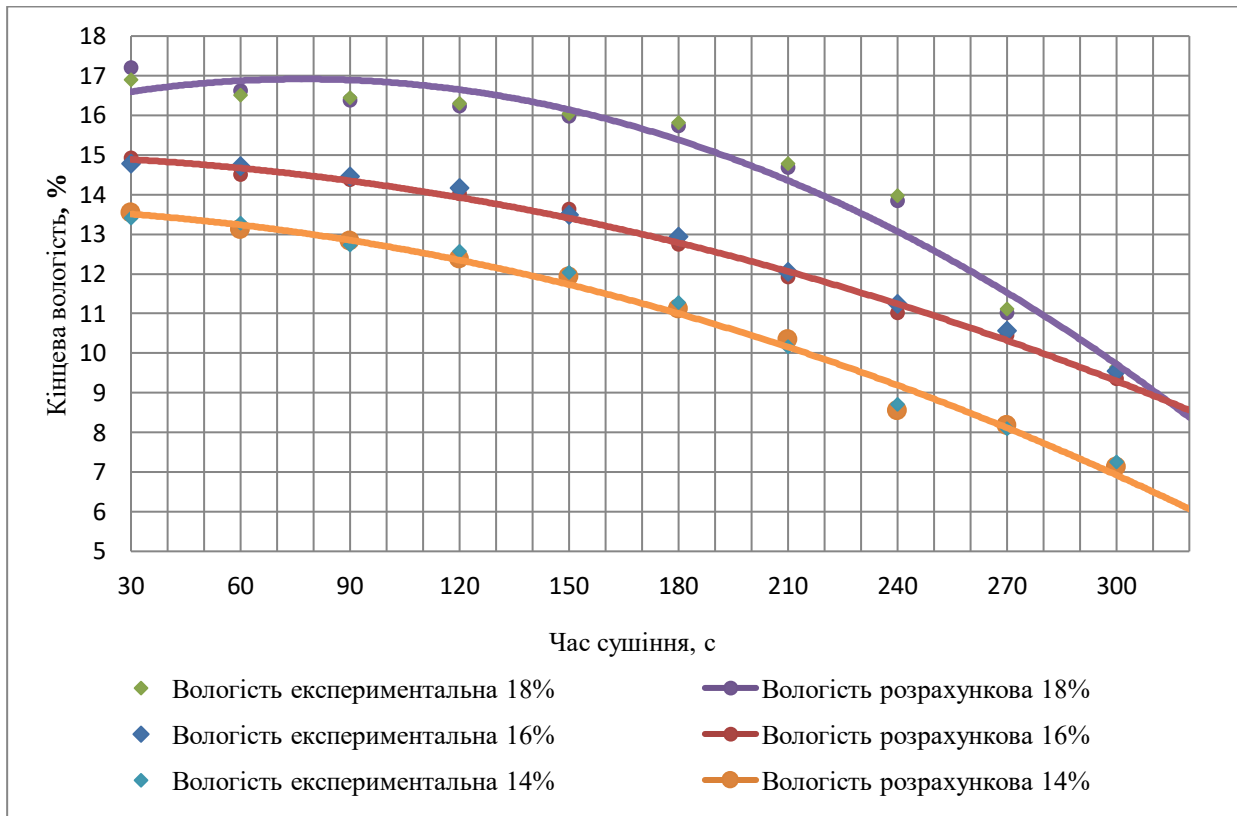


Рис 3.6. Графік залежності вологості матеріалу від часу дії електричного струму (150В), середнє відхилення розрахункових і дослідних показань вологовмісту становить 0,9%

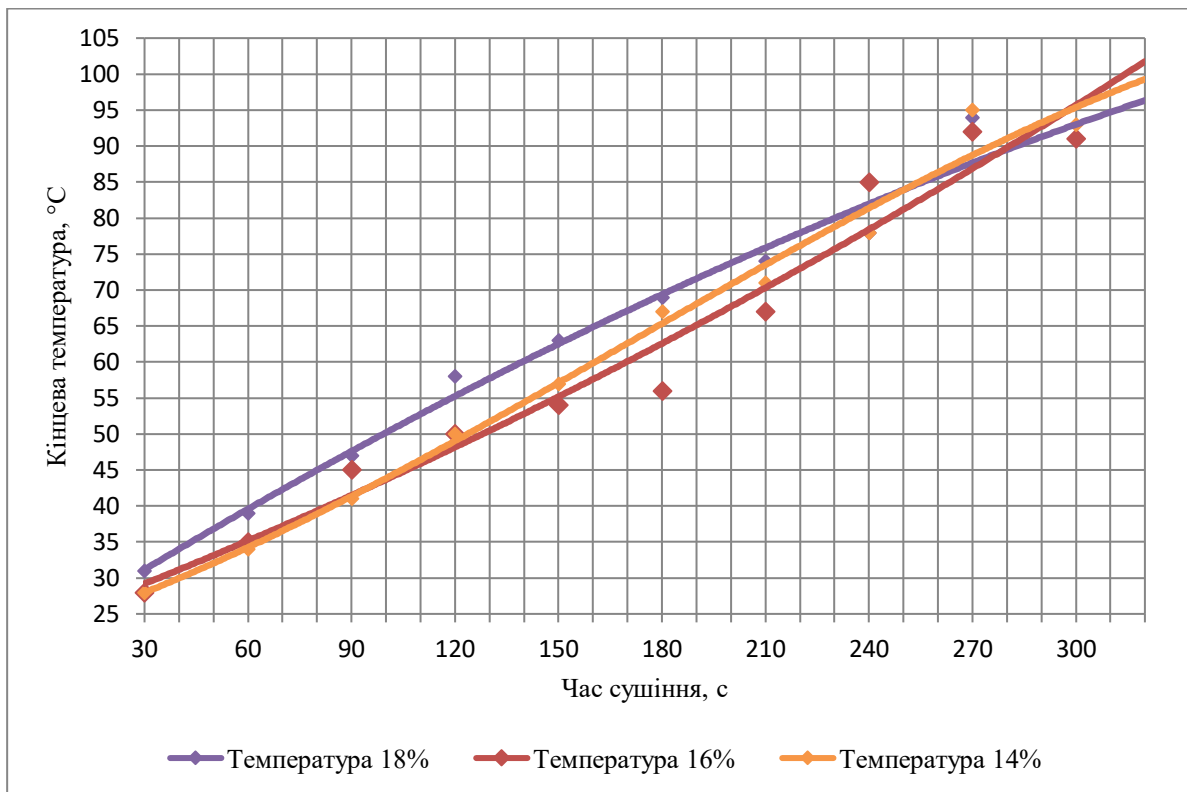


Рис 3.7. Графік зміни температури від часу дії електричного струму (150В)

Таблиця 3.4. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 14,29%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °C	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	200	7	30	6,67	13,74/13,94	28	1
2			60	6,67	13,38/13,24	35	1,22
3			90	6,67	12,48/12,58	49	1,07
4			120	6,67	11,92/11,74	56	1,17
5			150	6,67	11,14/10,92	74	1,23
6			180	6,67	10,26/10,03	83	1,23
7			210	6,67	8,96/9,12	89	1,14
8			240	6,67	7,98/7,75	84	1,14
9			270	6,67	6,87/6,94	94	1,19
10			300	6,67	5,60/5,75	89	1,11

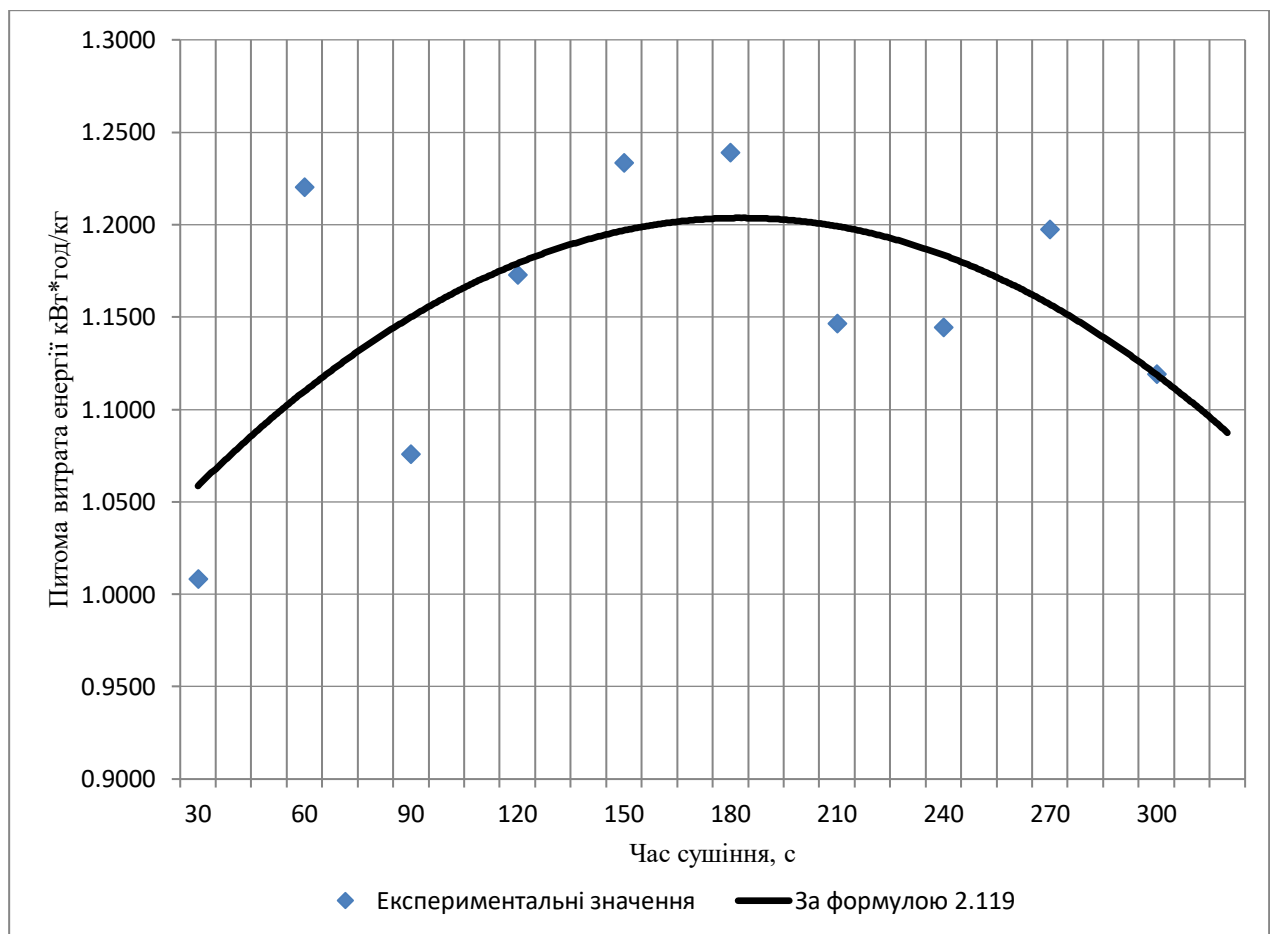


Рис 3.8. Графік залежності питомої витрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 14,29%, напруга – 200В)

Таблиця 3.5. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 16,03%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °C	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	200	7	30	6,67	14,77/14,99	27	0,44
2			60	6,67	14,4/14,63	39	0,68
3			90	6,67	14,02/14,44	51	0,96
4			120	6,67	13,92/14,22	59	1,31
5			150	6,67	13,58/13,42	78	1,47
6			180	6,67	12,90/12,74	82	1,51
7			210	6,67	11,46/11,31	91	1,27
8			240	6,67	10,19/10,01	84	1,14
9			270	6,67	8,19/8,12	93	1,02
10			300	6,67	6,59/6,75	91	0,91

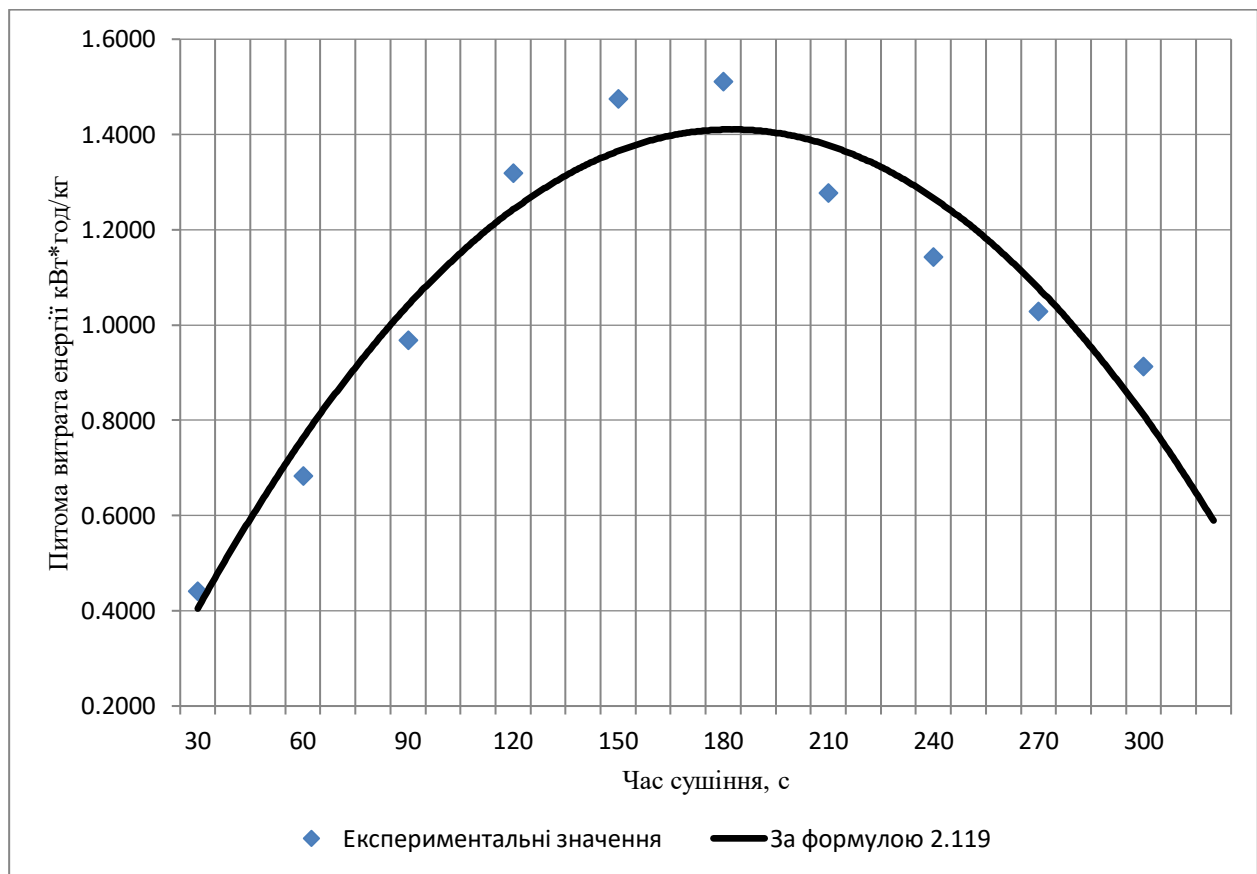


Рис 3.9. Графік залежності питомої витрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 16,03%, напруга – 200В)

Таблиця 3.6. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 18,37%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °C	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	200	6	30	6,67	17,33/17,23	41	0,8
2			60	6,67	16,0/16,08	54	0,7
3			90	6,67	15,39/15,54	71	1,02
4			120	6,67	14,86/14,34	78	1,26
5			150	6,67	12,23/12,11	84	0,9
6			180	6,67	10,77/11,12	79	0,83
7			210	6,67	9,65/9,84	91	0,82
8			240	6,67	7,54/7,42	86	0,74
9			270	6,67	6,57/6,42	91	0,75
10			300	6,67	5,19/5,28	89	0,73

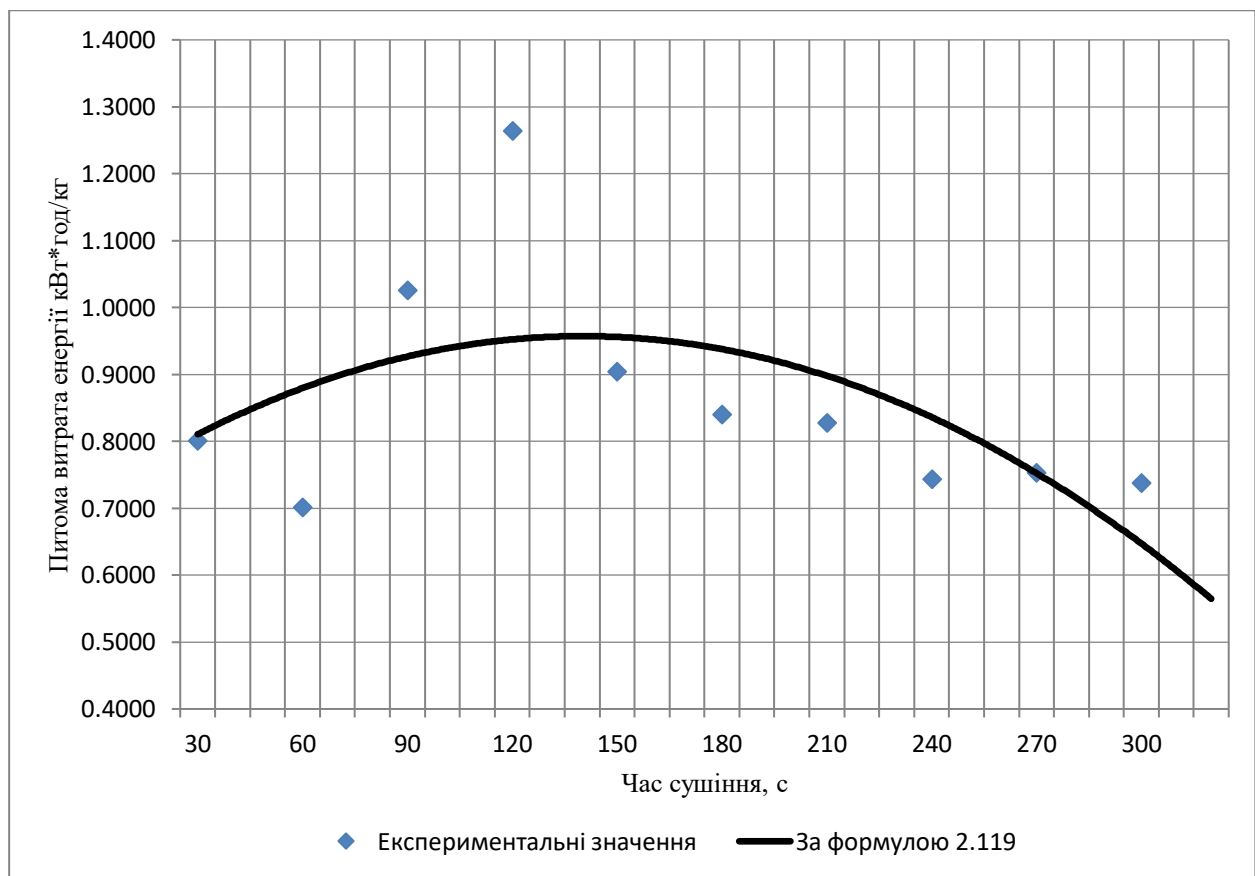


Рис 3.10. Графік залежності питомої витрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 18,37%, напруга – 200В)

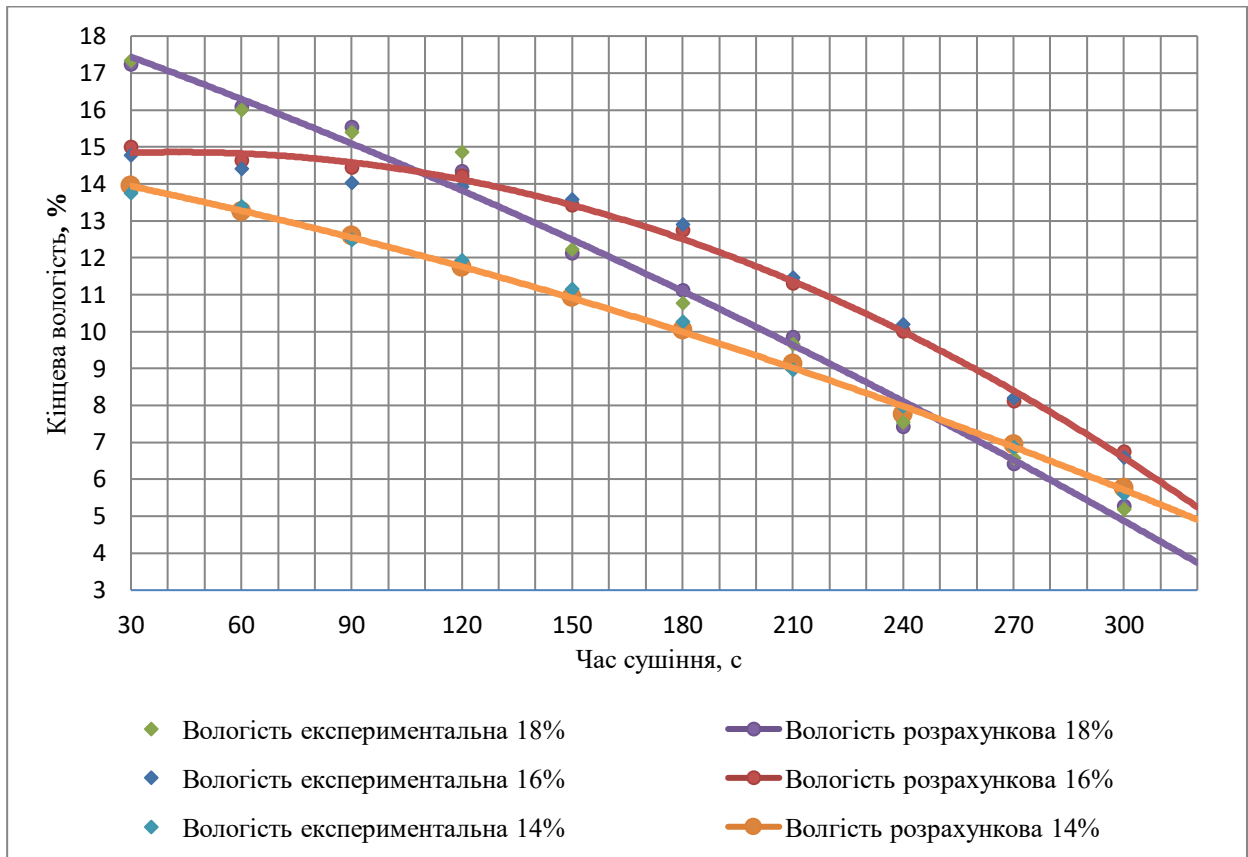


Рис 3.11. Графік залежності вологості матеріалу від часу дії електричного струму (200В), середнє відхилення розрахункових і дослідних показань вологовмісту становить 1,74%

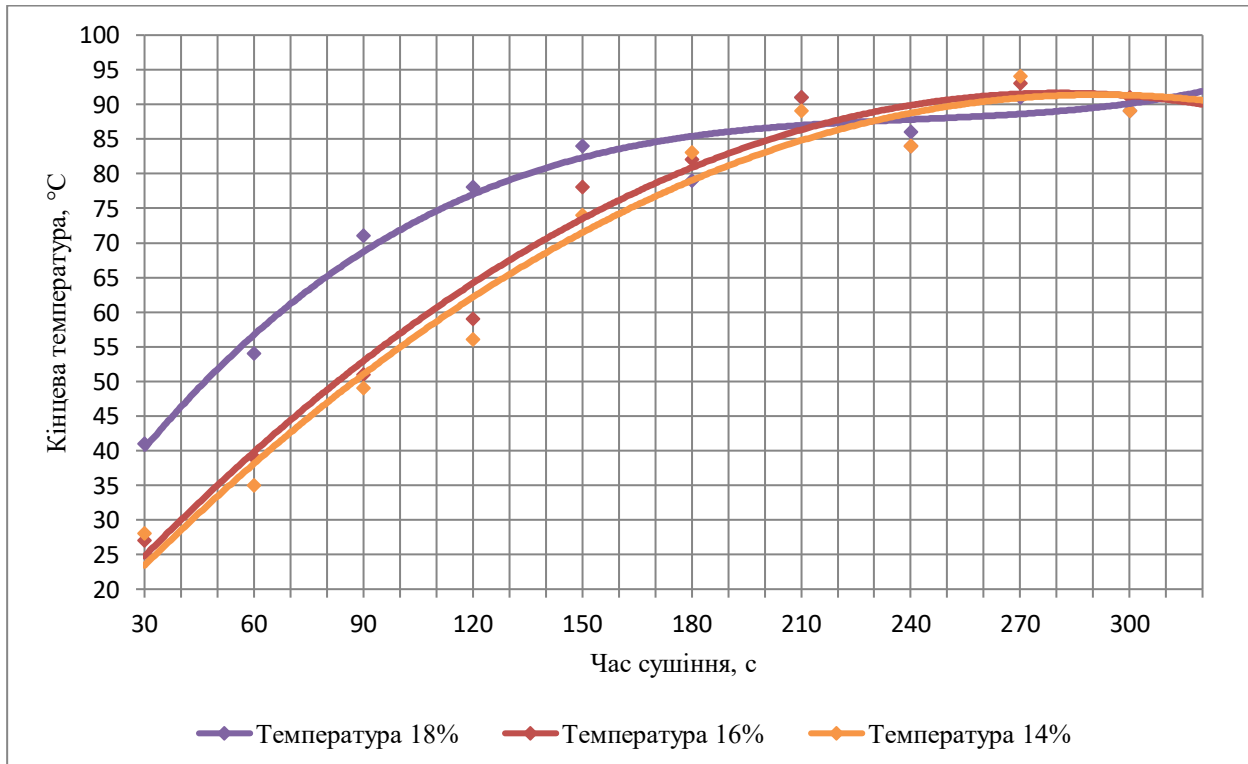


Рис 3.12. Графік зміни температури від часу дії електричного струму (200В)

Таблиця 3.7. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 13,36%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °С	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	250	7	30	8,33	12,42/12,57	39	1,17
2			60	8,33	11,6/11,72	56	1,57
3			90	8,33	9,06/8,98	91	1,16
4			120	8,33	7,36/7,24	89	1,11
5			150	8,33	6,29/6,38	94	1,17
6			180	8,33	4,56/4,42	89	1,07
7			210	8,33	3,19/3,15	91	1,01
8			240	8,33	2,06/2,01	89	0,98
9			270	8,33	1,94/1,87	92	0,99
10			300	8,33	1,68/1,52	90	0,98

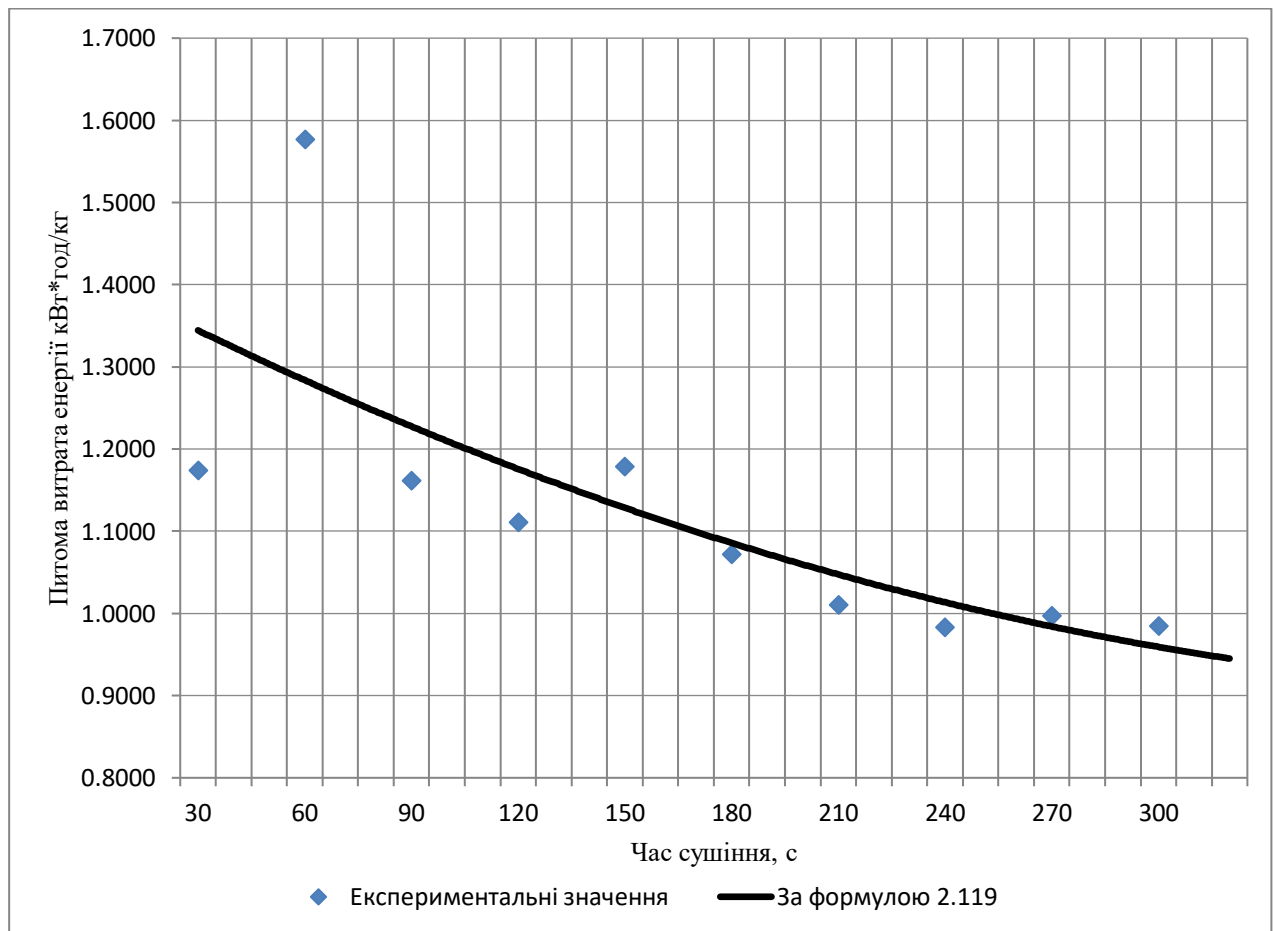


Рис 3.13. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 13,36%, напруга – 250В)

Таблиця 3.8. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 16,33%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/рознр, %	Кінцева температура t_k , °C	Питома витрата енергії q_n , кВт $\cdot$ год/кг
1	250	7	30	8,33	14,08/14,43	48	0,61
2			60	8,33	12,67/12,75	73	0,83
3			90	8,33	10,29/10,45	91	0,91
4			120	8,33	8,09/8,23	92	0,91
5			150	8,33	6,34/6,51	92	0,94
6			180	8,33	4,75/4,54	94	0,93
7			210	8,33	4,12/4,01	93	0,95
8			240	8,33	3,1/3,24	87	0,92
9			270	8,33	2,23/2,12	87	0,88
10			300	8,33	2,03/1,95	79	0,89

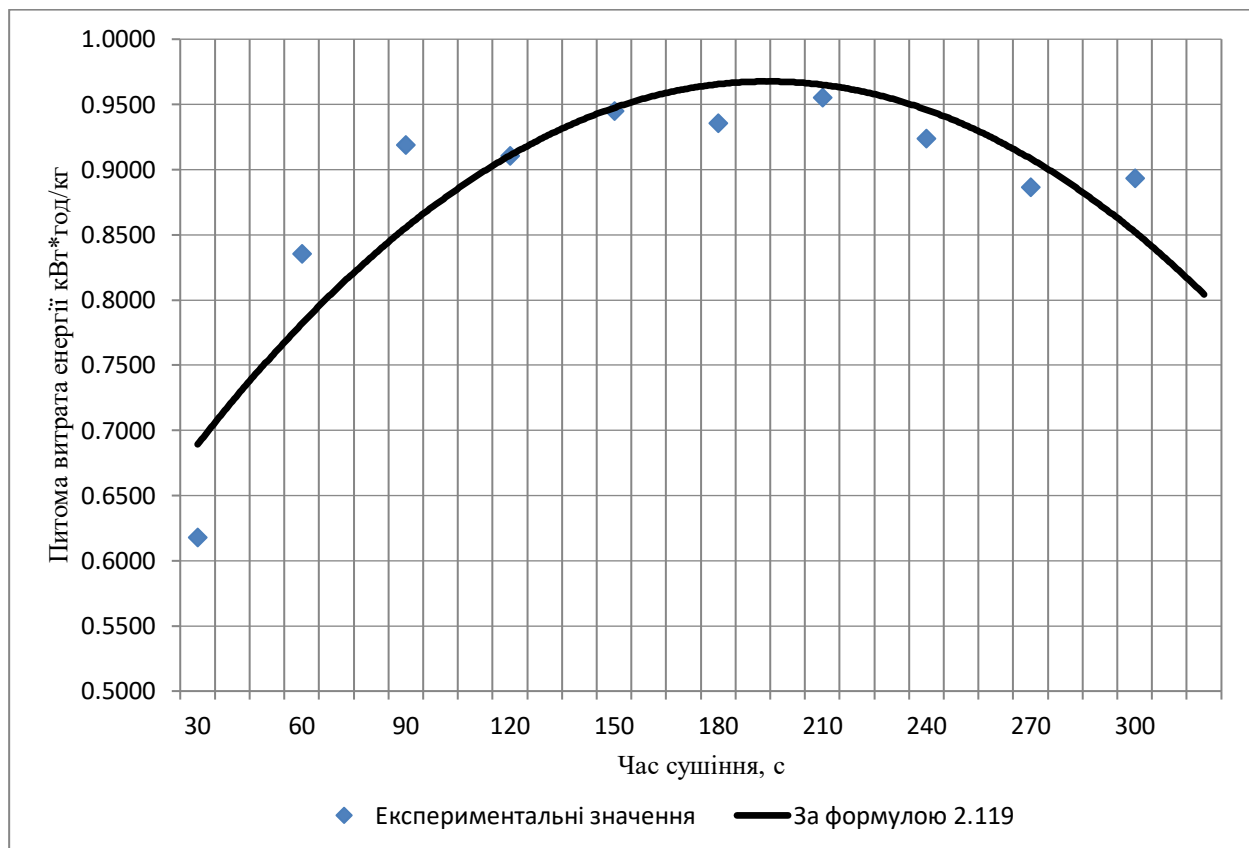


Рис 3.14. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 16,33%, напруга – 250В)

Таблиця 3.9. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 19,17%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °С	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	250	6	30	8,33	17,32/17,23	44	0,75
2			60	8,33	14,35 /14,17	71	0,63
3			90	8,33	13,1/12,98	89	0,82
4			120	8,33	12,6/12,64	81	1,01
5			150	8,33	9,25/9,12	95	0,92
6			180	8,33	5,84/6,01	85	0,77
7			210	8,33	4,13/4,01	87	0,77
8			240	8,33	2,6/2,61	86	0,77
9			270	8,33	2,13/2,12	81	0,78
10			300	8,33	2,03/1,87	78	0,79

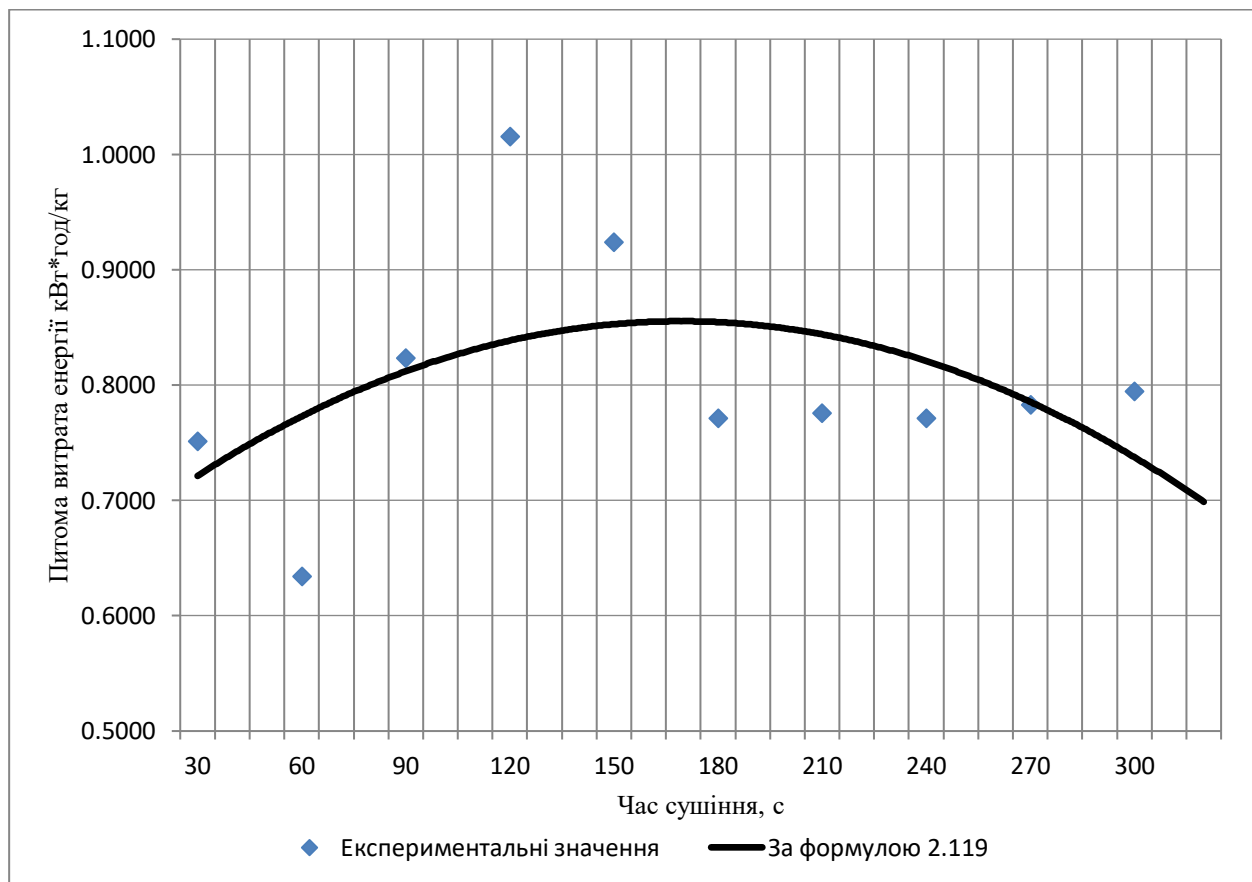


Рис 3.15. Графік залежності питомої витрати енергії на видалення 1 кг вологи від часу (вологість – 19,17%, напруга – 250В)

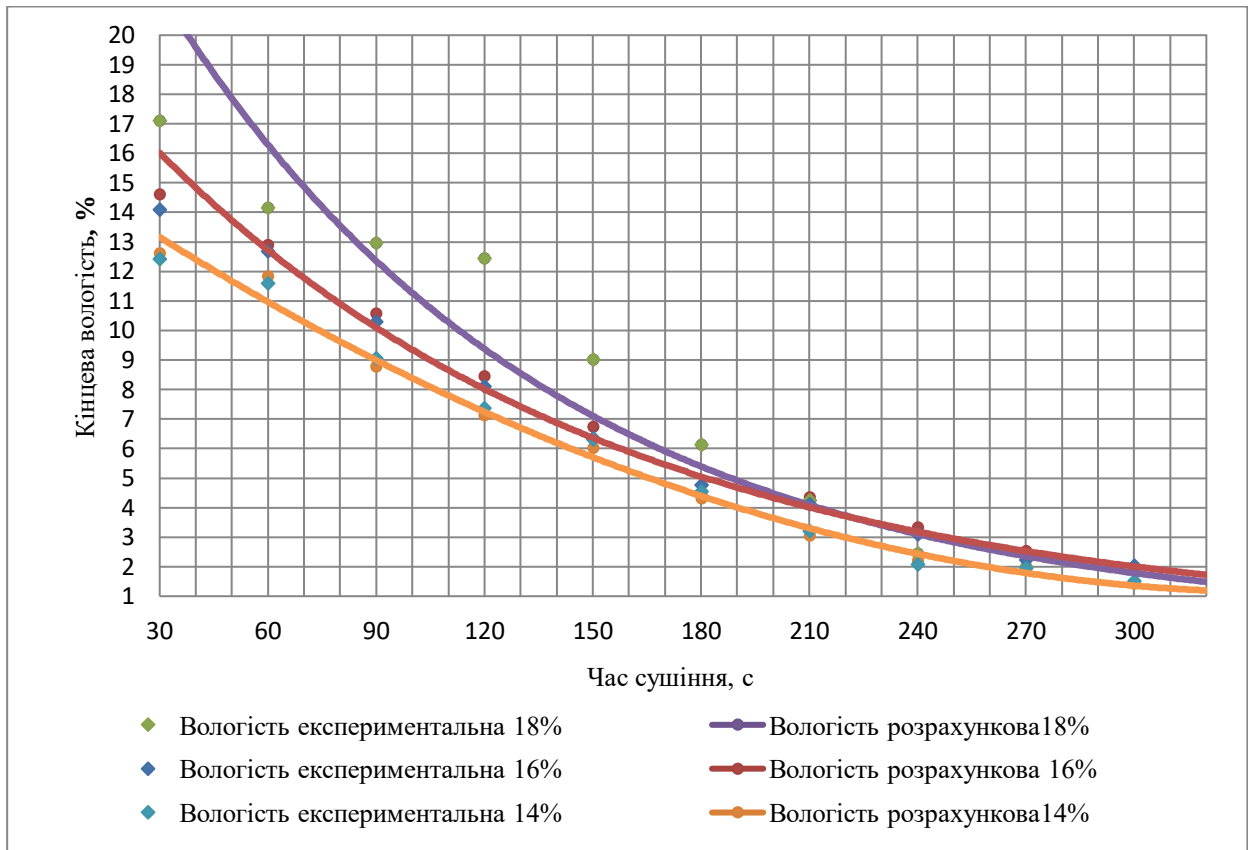


Рис 3.16. Графік залежності вологості матеріалу від часу дії електричного струму (250В), середнє відхилення розрахункових і дослідних показань вологовмісту становить 2,2%

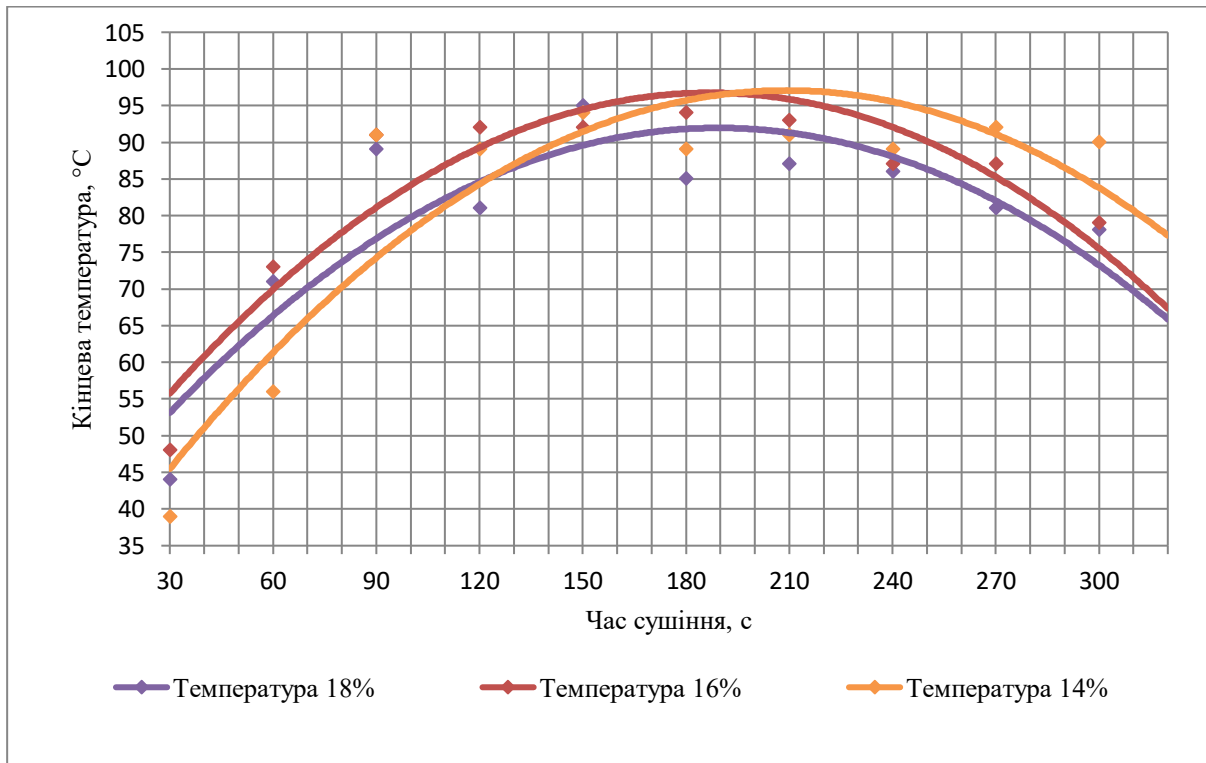


Рис 3.17. Графік зміни температури від часу дії електричного струму (250В)

Таблиця 3.10. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 13,48%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °С	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	300	7	30	10	12,1/12,2	45	1,25
2			60	10	11,12/11,21	58	1,64
3			90	10	8,55/8,68	93	1,21
4			120	10	7,1/7,23	91	1,17
5			150	10	5,98/6,05	97	1,25
6			180	10	4,1/4,29	92	1,15
7			210	10	2,98/3,07	93	1,12
8			240	10	2,01/2,14	91	1,05
9			270	10	1,85/1,92	95	1,07
10			300	10	1,65/1,7	92	1,04

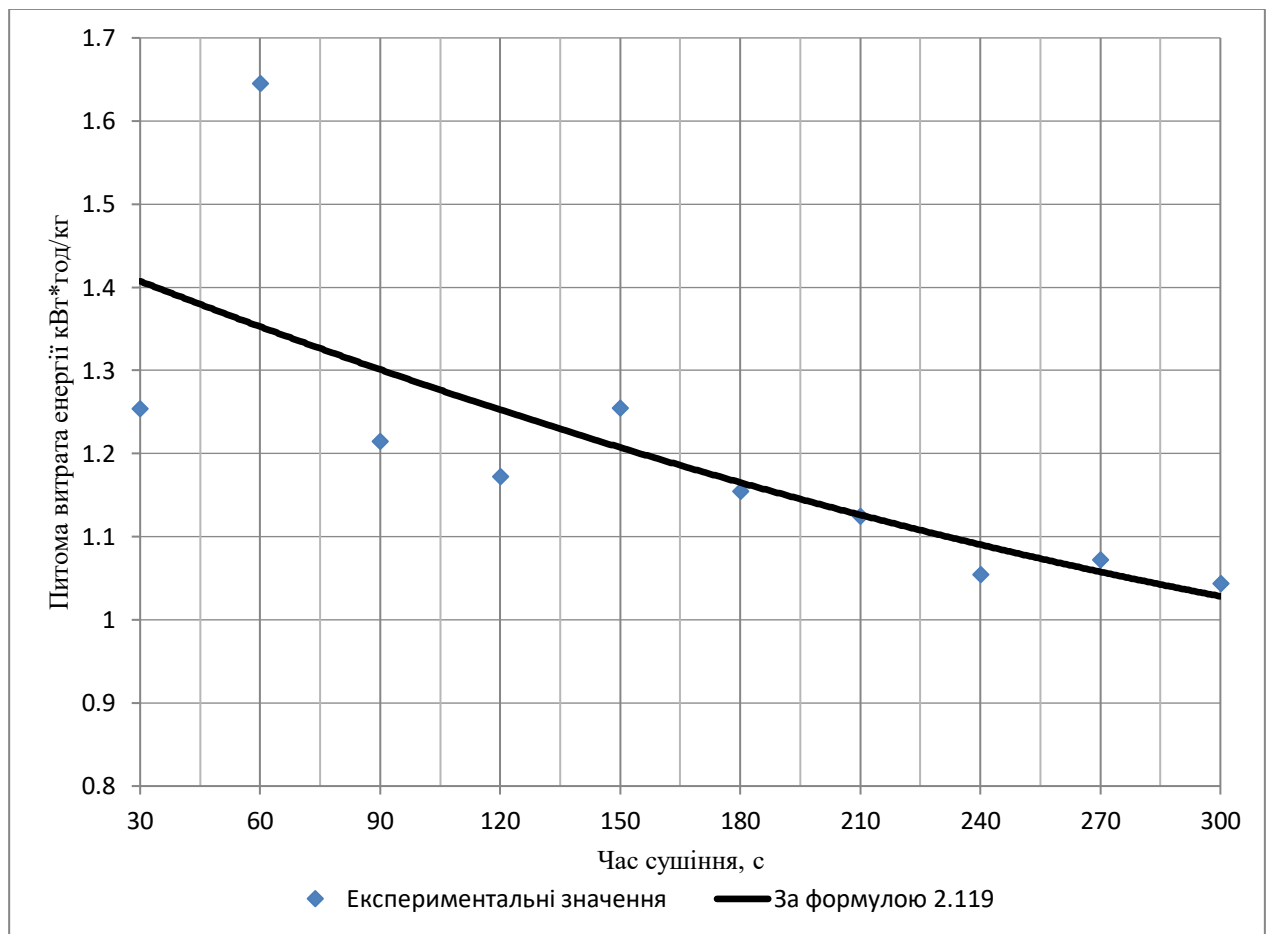


Рис 3.18. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 13,48%, напруга – 300В)

Таблиця 3.11. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 16,21%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °С	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	300	7	30	10	13,84/13,91	52	0,7
2			60	10	12,31/12,45	85	0,91
3			90	10	10,1/10,21	95	0,95
4			120	10	7,85/7,98	97	0,94
5			150	10	6,01/6,15	94	0,97
6			180	10	4,54/4,67	95	0,98
7			210	10	3,89/4,03	96	0,98
8			240	10	3,01/3,12	91	0,97
9			270	10	2,12/2,22	89	0,94
10			300	10	1,98/2,11	85	0,95

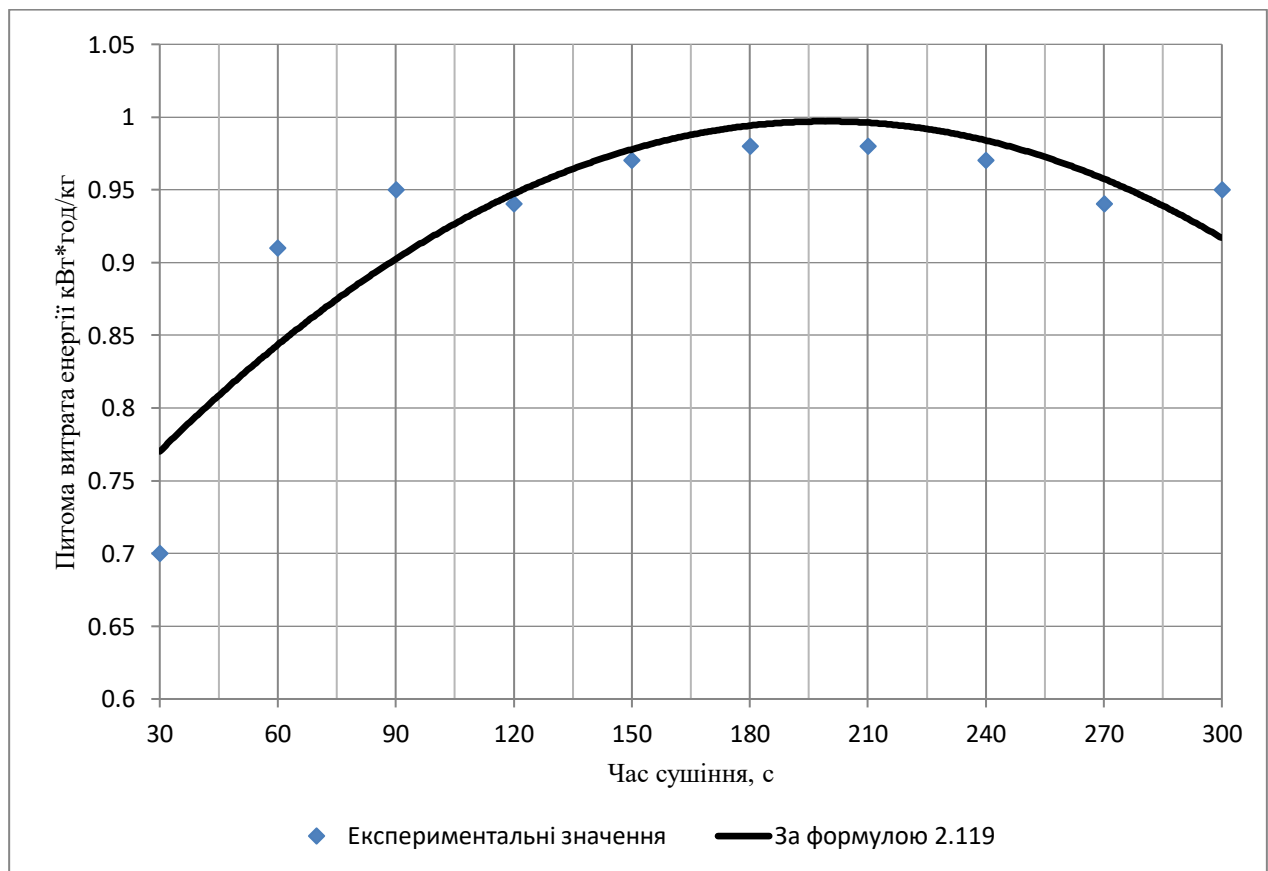


Рис 3.19. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 16,21%, напруга – 300В)

Таблиця 3.12. Результати лабораторних досліджень із сушіння піску з початковою вологістю 18,54%

№ за\п	Напруга U , В	Висота шару s , см	Час сушіння τ , с	Напруженість електричного поля E , В/м $\cdot 10^3$	Кінцева вологість u досл/розр, %	Кінцева температура t_k , °С	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг
1	300	6	30	10	16,28/16,15	61	0,81
2			60	10	13,2 /13,08	81	0,74
3			90	10	12,41/12,43	95	0,92
4			120	10	11,52/11,41	91	1,04
5			150	10	8,94/8,78	97	0,95
6			180	10	5,41/5,64	98	0,84
7			210	10	4,02/4,17	95	0,82
8			240	10	2,42/2,71	94	0,85
9			270	10	2,02/2,21	91	0,86
10			300	10	1,84/1,97	85	0,84

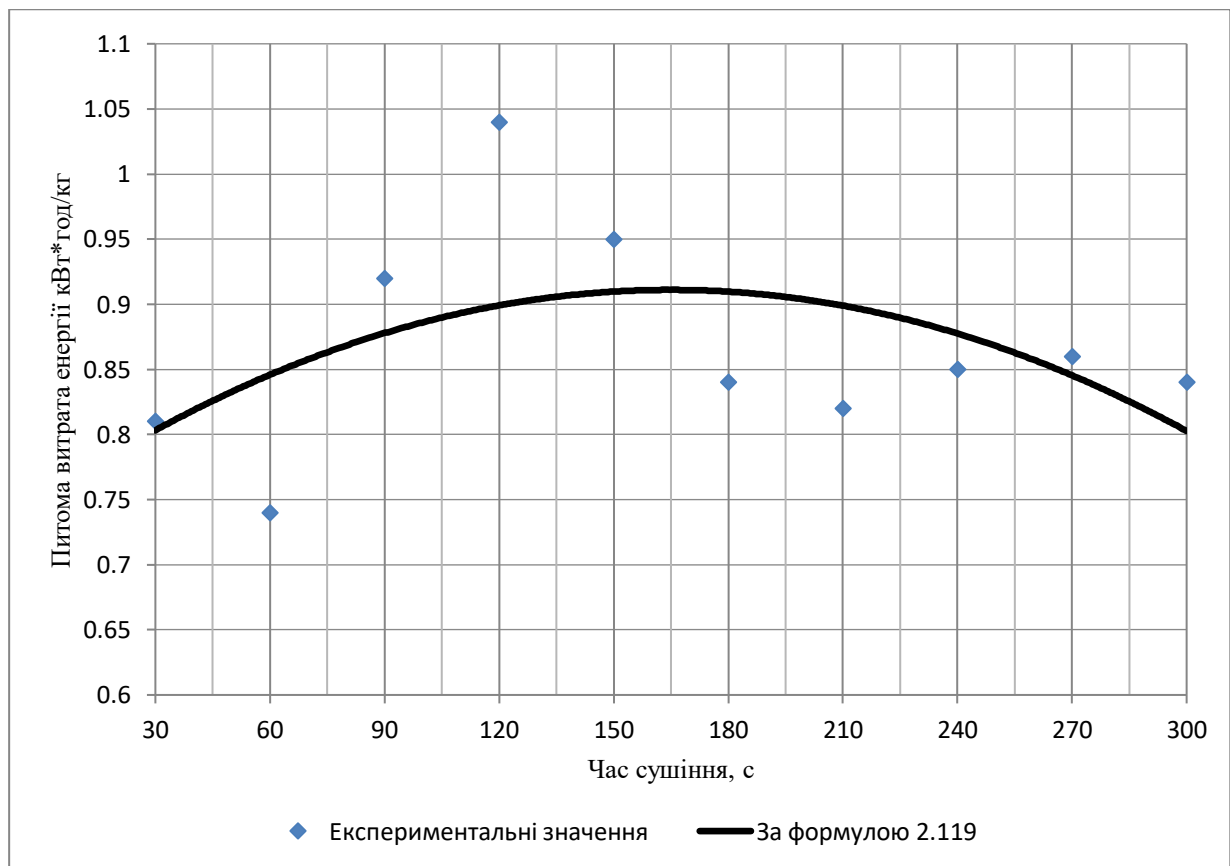


Рис 3.20. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу (вологість – 18,54%, напруга – 300В)

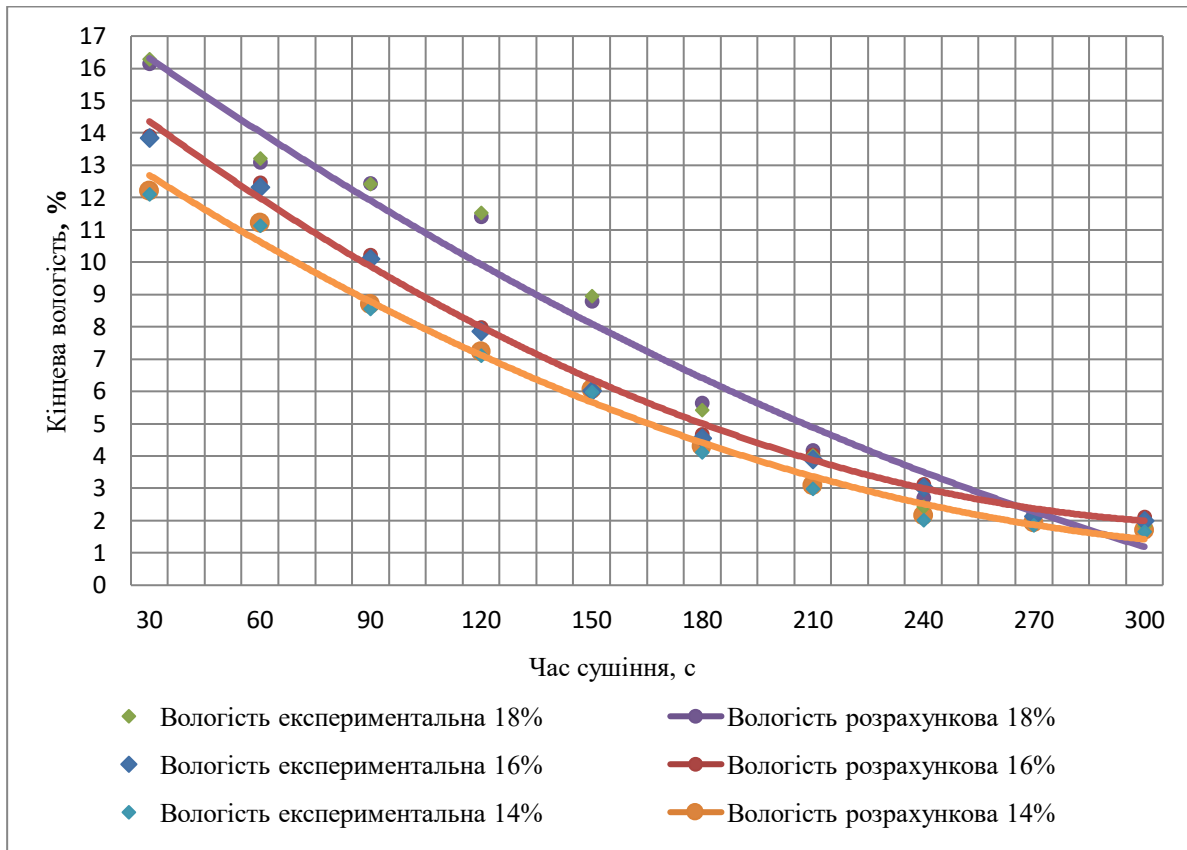


Рис 3.21. Графік залежності вологості матеріалу від часу дії електричного струму (300В), середнє відхилення розрахункових і дослідних показань вологовмісту становить 4,1%

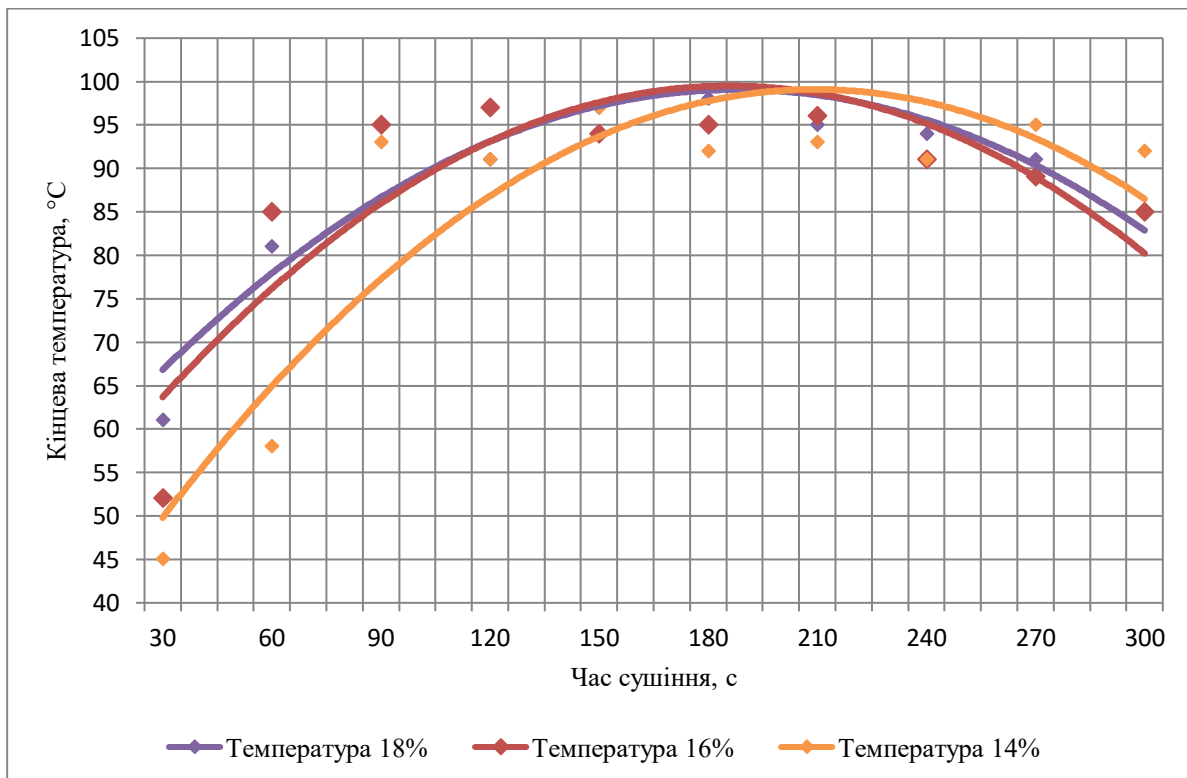


Рис 3.22. Графік зміни температури від часу дії електричного струму (300В)

З графіків (рис 3.6, 3.11, 3.16, 3.21) видно, що крива кінцевої вологості має асимптотичний характер до горизонтальної осі. Це пояснюється зменшенням швидкості вологовидалення внаслідок зниження електропровідності матеріалу при зниженні його вологості і, як наслідок, зменшення потужності внутрішніх джерел теплоти. У результаті порівняння даних середнє відхилення розрахункових і дослідних показань вологовмісту для всього діапазону даних становить 2,61%; максимальне не перевищує допустимі 12%.

Температурна крива (рис. 3.7, 3.12, 3.17, 3.22) має параболічний характер. Це можна пояснити тим, що в перший період часу (0-180 с) відбувається прогрівання матеріалу, у другий період (180-300 с) відбувається пароутворення з підводженням теплоти, унаслідок якого температура матеріалу знижується. На графіку 3.7 процес ще не сформувався, тому крива близька до лінійної. Середнє відхилення розрахункових і дослідних показань температури не перевищує 5,2%.

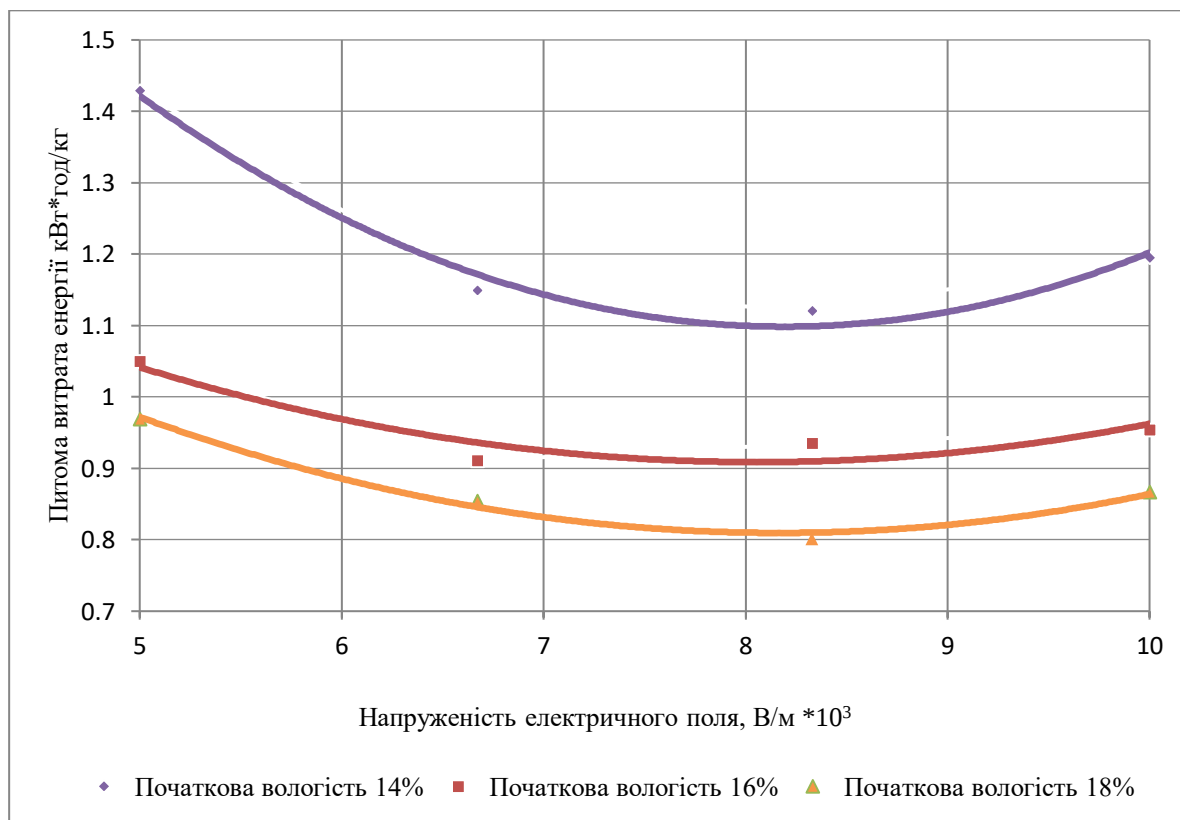


Рис 3.23. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг вологи від напруженості електричного поля

З графіка (рис. 3.23) видно, що мінімізація питомих витрат енергії при комбінованому методі зневоднення досягається при напруженості змінного електричного струму від $6,5 \cdot 10^3$ до $8,5 \cdot 10^3$ В/м, що дозволяє вибрати раціональну відстань між електродами установки.

Питомі витрати розраховувалися за формулою 2.119, розбіжність з дослідними даними в середньому складає 8,3%.

3.2. Лабораторні дослідження зневоднення продуктів збагачення комбінованим способом

Метою досліджень є визначення раціональних параметрів процесу сушіння тонкодисперсних матеріалів комбінованим способом.

На підставі проведених досліджень було запропоновано метод, який полягає в підвищенні продуктивності процесу та зниженні його енергоємності за рахунок впливу електричного струму тільки на поверхневий шар матеріалу, а пари, що утворюються, створюють надлишковий тиск у цій зоні пароутворення, що призводить до видалення (витискання) вологи в зоні фільтрації. Використовуючи цей спосіб, видалення вологи відбувається комбіновано. Такий комбінований вплив електричного струму й надлишкового тиску пари дозволяє одержати велику інтенсивність зневоднення при мінімальній енергоємності процесу. Поставлена мета досягається тим, що зневоднювальний агрегат містить електроди пластинчастої форми, які встановлені над зневоднюваним матеріалом і мають можливість контакту з ним шляхом занурення, а над електродами встановлено герметичний кожух.

Розроблена лабораторна установка, яка являє собою фрагмент складається з електродів, герметичного корпусу, перфорованої решітки з фільтротканиною.

При підключенні напруги до електродів відбувається резистивне нагрівання капілярної вологи та її пароутворення внутрішніми джерелами теплоти. При цьому виникає підвищений тиск у шарі матеріалу між електродами.

Відбувається фільтрація, яка утворюється паром крапельної вологи з шару матеріалу, розміщеного в зоні фільтрації через перфоровану перегородку, що дозволяє різко знизити енерговитрати.

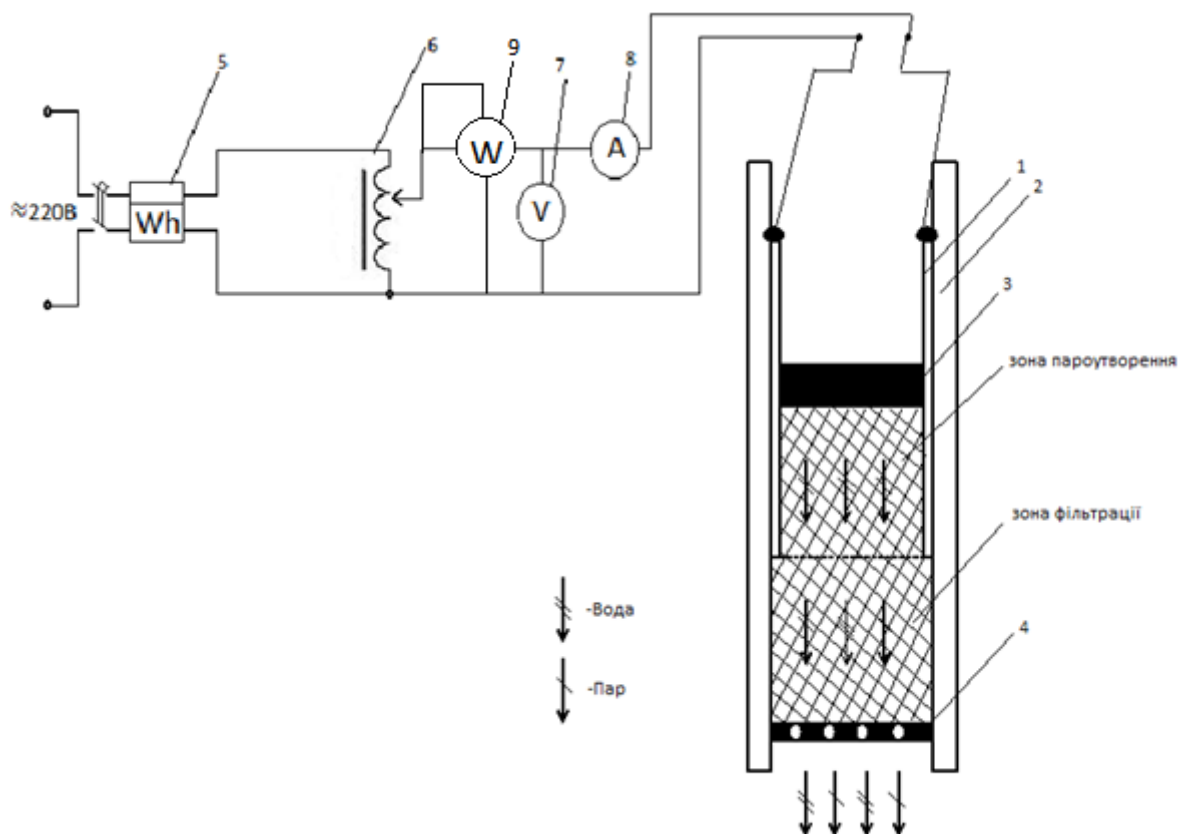


Рис 3.24. Лабораторна установка для зневоднення продуктів збагачення комбінованим способом

1 – електроди, 2 – стінки, 3 – герметична прокладка, 4 – перфорована решітка, 5 – лічильник, 6 – лабораторний автотрансформатор, 7 – ватметр, 8 – амперметр, 9 – вольтметр.

Лабораторна установка (рис. 3.24) являє собою фрагмент конвеєру транспортно-зневоднювальної системи для сушіння подрібнених продуктів збагачення.



Рис 3.25. Фото лабораторної установки для зневоднення продуктів збагачення комбінованим способом

Були проведені експерименти на лабораторній установці з використанням цього методу зі зміною заглибленості електродів у шар матеріалу (піску), яка варіювалася з 14 до 100%, що дало такі результати:

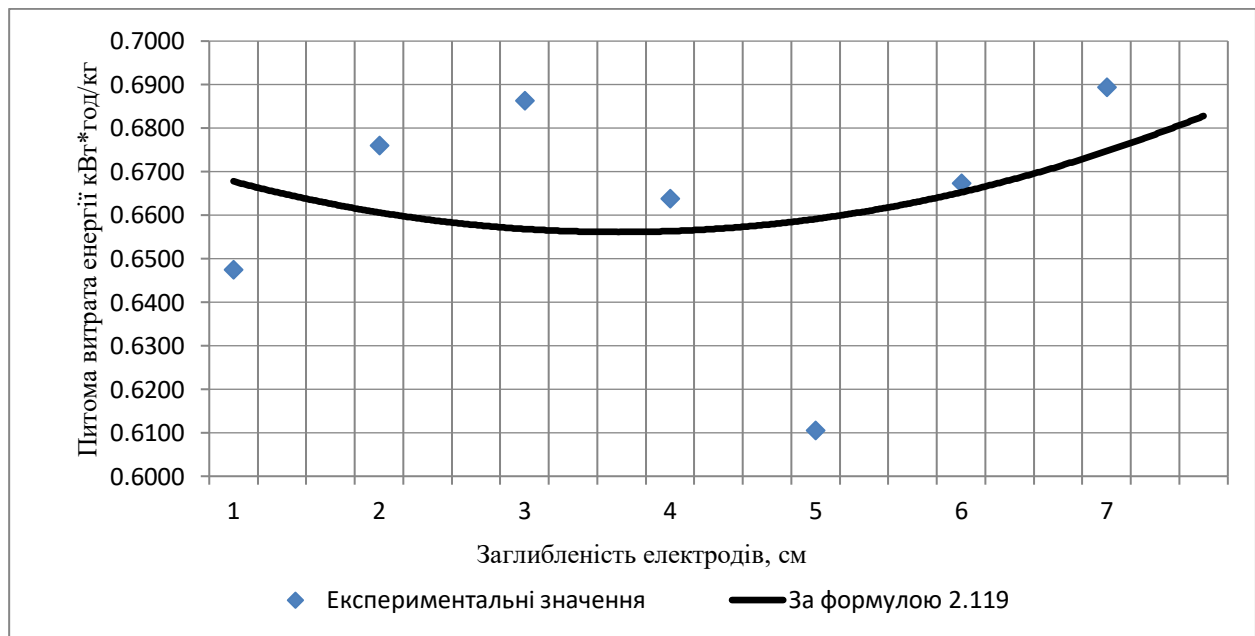


Рис 3.26. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від глибини заглибленості електродів (вологість – 14%, напруга – 250В, матеріал – пісок)

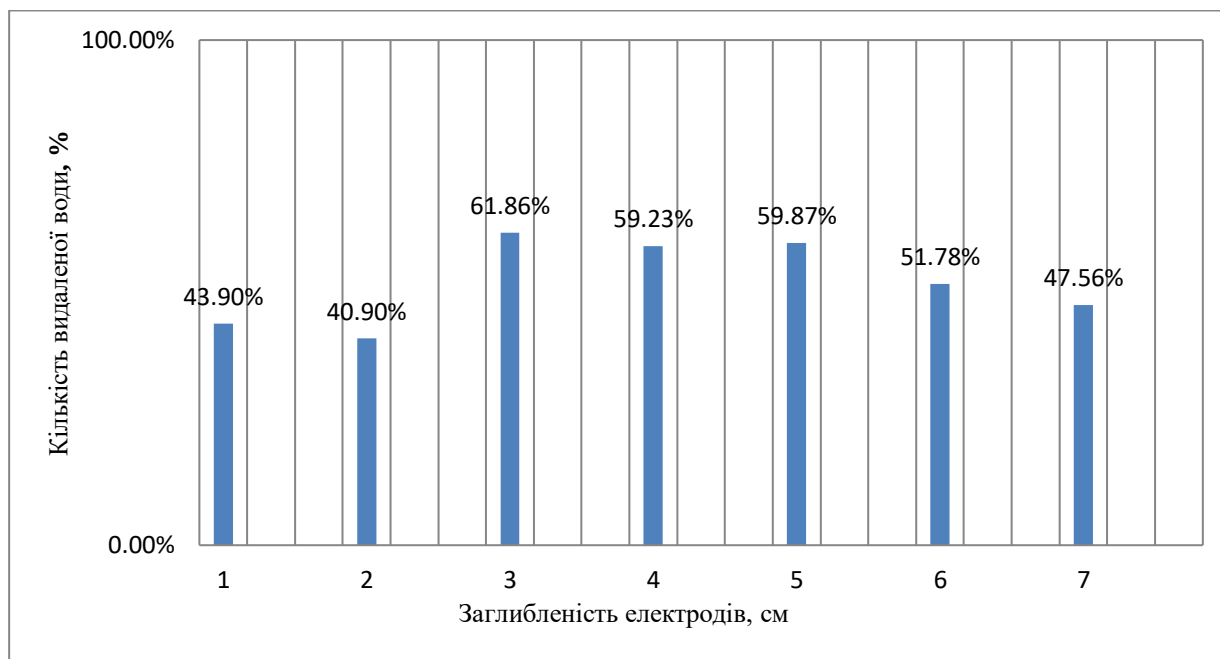


Рис 3.27. Графік залежності кількості видаленої крапельної вологи від заглибленості електродів

З графіків видно, що з використанням цього методу питомі втрати електроенергії вдалося знизити в середньому до 0.67 кВт·год\кг.

Виявлено, що найбільшу ефективність витискання крапельної вологи можна досягти при зануренні електродів на 60-65% у шар матеріалу.

Також були проведені експерименти на шихті для згрудкування, шламах та концентраті, результати яких наведено в табл. 3.13-3.17 та на графіках рис. 3.28-3.32. Характеристика матеріалів наведена у табл. 1.1.

Таблиця 3.13. Результати лабораторних експериментів із сушіння шихти для згрудкування з початковою вологістю 14%

№ зап	Напруга U , В	Заглибленість електродів, см	Час сушіння τ , с	Кінцева вологість u досл/розр, %	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг	Напружен. електричного поля E , В/м · 10 ³	Відносна похибка розрахунків, %
1	220	1	40	11,96/11,25	0,95	7,33	5,9
2		2	40	11,1/10,81	0,88		2,6
3		3	40	10,05/9,89	0,91		1,6
4		4	40	9,21/9,11	0,92		1
5		5	40	8,02/7,92	0,91		1,2
6		6	40	7,71/7,64	0,93		0,9

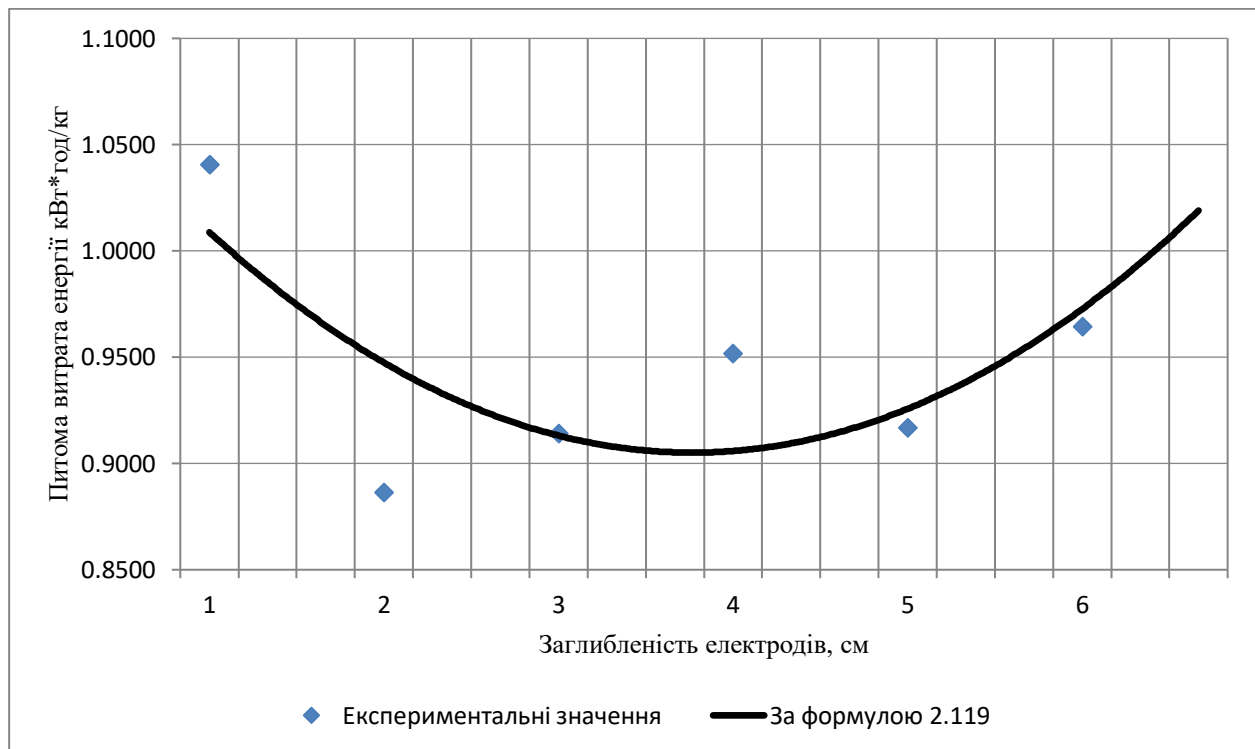


Рис 3.28. Графік залежності питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від глибини заглибленості електродів (вологість – 14%, напруга – 220В, матеріал – шихта для згрудкування)

Таблиця 3.14. Результати лабораторних експериментів із сушіння шламів із початковою вологістю 15,2%

№ за\п	Напруга U , В	Заглибленість електродів, см	Час сушіння τ , с	Кінцева вологість u досл/розр, %	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/ кг	Напружен. електричного поля E , В/м · 10 ³	Висота шару s , см
1	250	4	10	13,5/13,14	0,97	8,33	6
2			15	11,8/11,64	0,91		
3			20	11,6/11,51	0,89		
4			30	10,7/10,48	0,86		
5			40	10,3/10,08	0,87		
6			50	10,1/9,98	0,89		
7			60	9,9/9,77	0,91		

Таблиця 3.15. Результати лабораторних експериментів із сушіння шламів із початковою вологістю 18,2%

№ за\п	Напруга U , В	Заглибленість електродів, см	Час сушіння τ , с	Кінцева вологість u досл/розр ,%	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/ кг	Напружен. електричного поля E , В/м · 10 ³	Висота шару s , см
1	250	4	10	14,4/14,12	0,95	8,33	6
2			15	13,2/13,04	0,92		
3			20	12,5/12,38	0,87		
4			30	10,5/10,34	0,81		
5			40	10,3/10,28	0,85		
6			50	10,2/10,12	0,91		
7			60	10,1/10,04	0,89		

Таблиця 3.16. Результати лабораторних експериментів із сушіння шламів із початковою вологістю 20%

№ зап	Напруга U , В	Заглибленість електродів, см	Час сушіння τ , с	Кінцева вологість u досл/розр, %	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг	Напружен. електричного поля E , В/м · 10 ³	Висота шару s , см
1	250	4	10	17,5/17,35	0,93	8,33	6
2			15	15,5/15,34	0,87		
3			20	14,9/14,69	0,84		
4			30	12,3/12,11	0,78		
5			40	10,8/10,68	0,81		
6			50	10,4/10,31	0,83		
7			60	10,2/10,12	0,85		

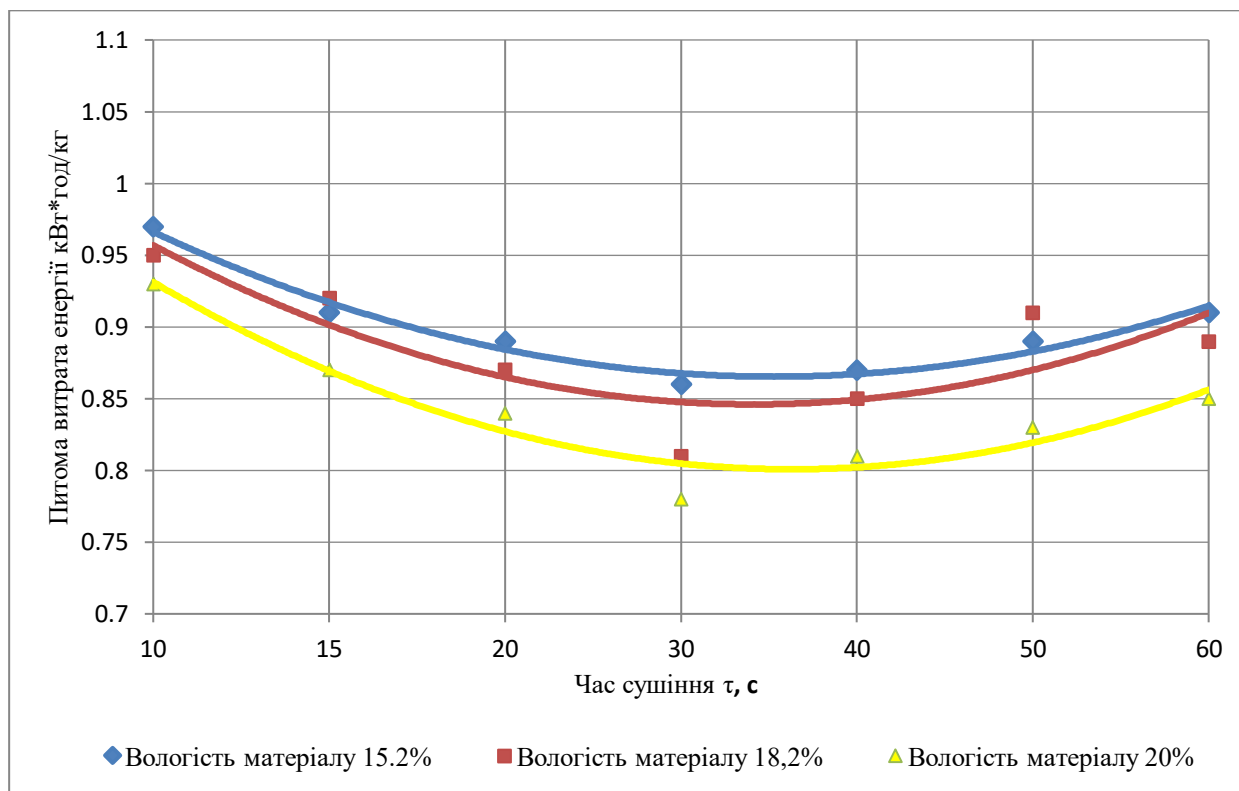


Рис 3.29. Графік залежності величини питомої втрати енергії на видалення 1 кг води від часу сушіння (матеріал – шлам)

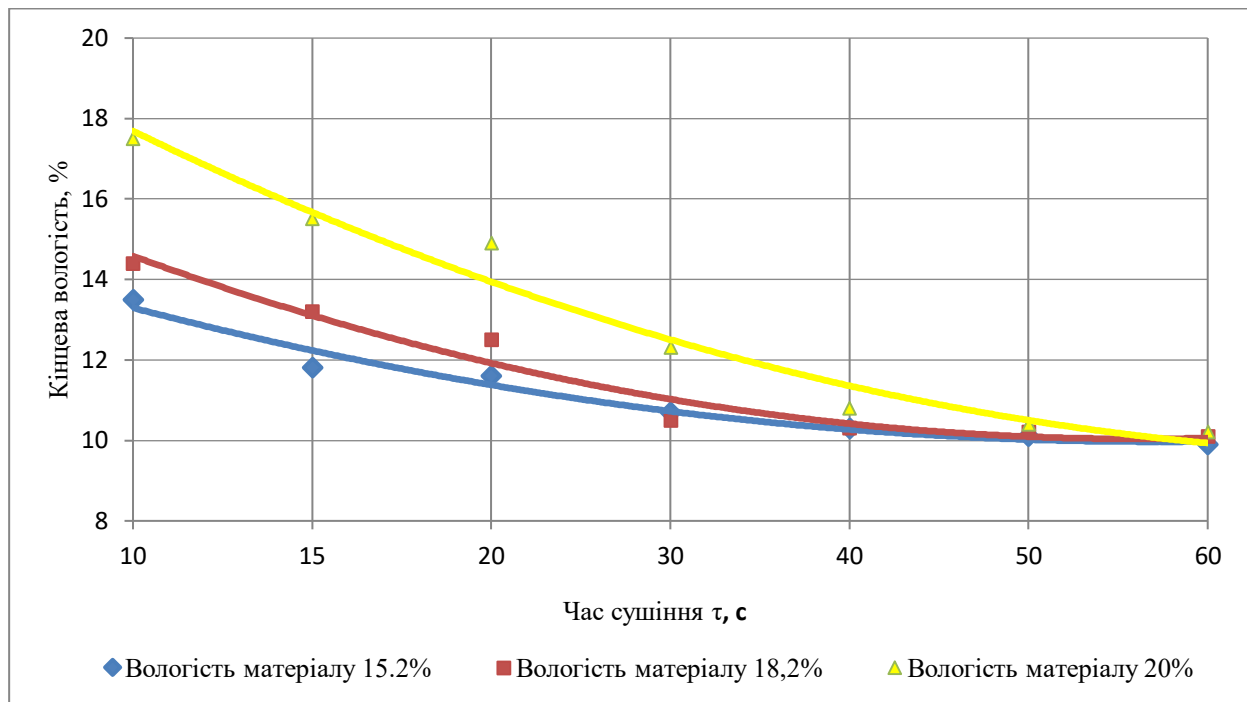


Рис 3.30. Графік залежності кінцевої вологості матеріалу від часу (матеріал – шлам)

Таблиця 3.17. Результати лабораторних експериментів із сушіння концентрату з початковою вологістю 11%

№ за/п	Напруга U , В	Заглибленість електродів, см	Час сушіння τ , с	Кінцева вологість u досл/розр, %	Питома витрата енергії q_n , кВт·год/кг	Напружен. електричного поля E , В/м · 10 ³	Висота шару s , см
1	100	4	10	9,5/9,37	0,84	3,33	7
2	125			9,4/9,22	0,83	4,16	
3	150			9,2/9,14	0,79	5	
4	175			9/9,02	0,85	5,83	
5	200			8,8/8,74	0,82	6,67	
6	225			8,5/8,38	0,79	7,5	
7	250			8,4/8,34	0,82	8,33	
8	275			8,3/8,24	0,82	9,16	
9	300			8,2/8,22	0,83	10	
10	325			8,1/8,01	0,83	10,83	

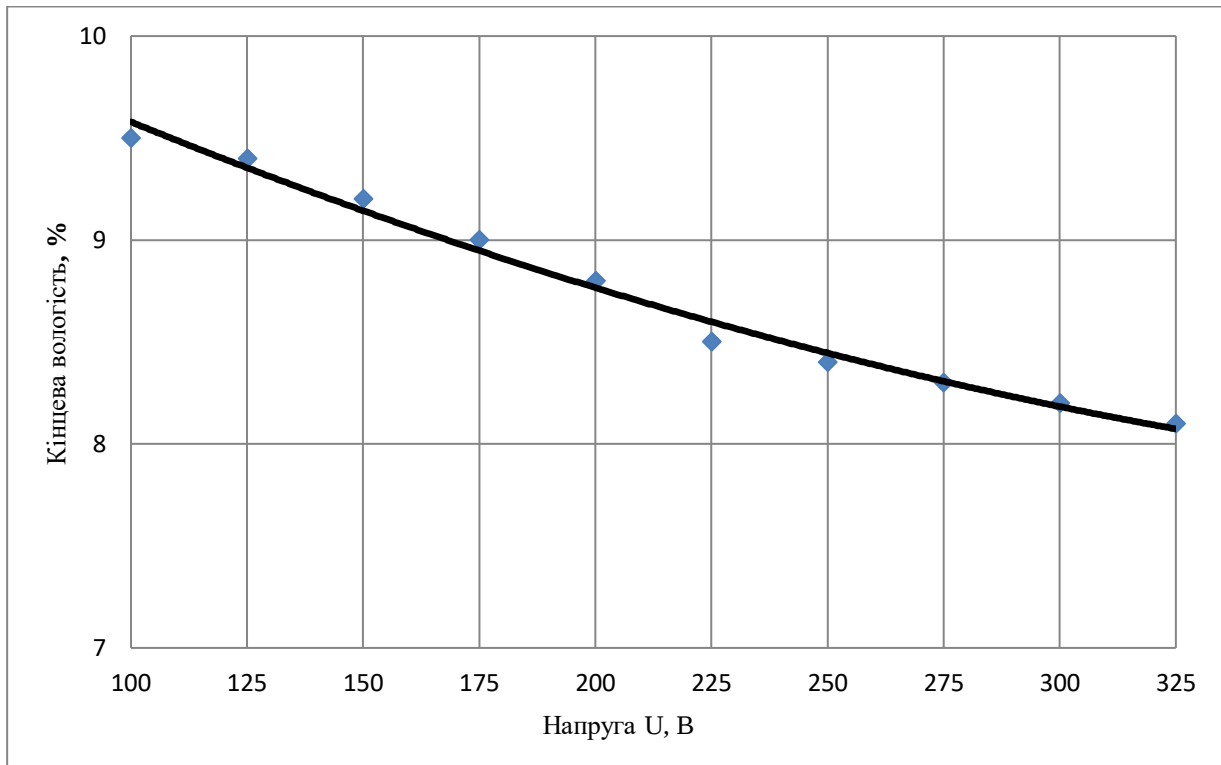


Рис 3.31. Графік залежності кінцевої вологості матеріалу від напруги (матеріал – концентрат)

Таким чином залежність кінцевої вологості від напруги є лінійною.

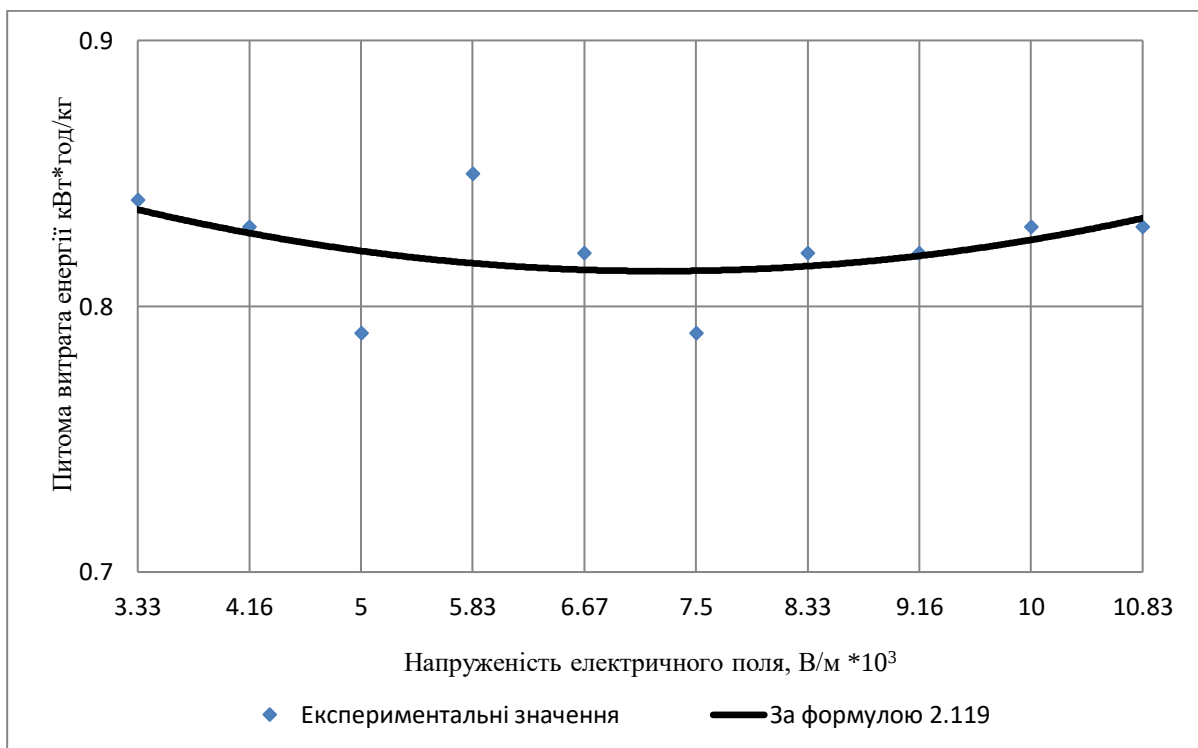


Рис 3.32. Графік залежності питомої витрати енергії від напруженості електричного поля (матеріал – концентрат)

3.3. Висновки

1. Перевірено адекватність одержаних математичних залежностей для величини кінцевого вологовмісту, часу сушіння матеріалу та питомої втрати енергії. Середнє відхилення розрахункових і дослідних показань для всього діапазону даних становить 5%; максимальне не перевищує 12%.

2. Установлено, що зі збільшенням часу дії електричного струму до певного значення, вологість матеріалу знижується, причому час дії електричного струму має вибиратися індивідуально залежно від початкової вологості матеріалу (електропровідності матеріалу) і параметрів процесу.

3. Виявлено, що найбільшу ефективність витискання крапельної вологи можна досягти при зануренні електродів на 60-65% у шар матеріалу.

4. Виявлено, що мінімізація питомих витрат енергії при комбінованому методі зневоднення досягається при напруженості змінного електричного струму від $6,5 \cdot 10^3$ до $8,5 \cdot 10^3$ В/м.

5. Одержані раціональні параметри покладено в основу подальших досліджень з розроблення конвеєрної транспортно-зневоднювальної системи сушіння подрібнених продуктів збагачення для підготовки шихтових матеріалів до агломерації та утрудкування.

РОЗДІЛ 4

РОЗРОБЛЕННЯ РЕКОМЕНДАЦІЙ ІЗ ВПРОВАДЖЕННЯ КОНВЕЄРНОЇ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ ТРАНСПОРТНО- ЗНЕВОДНЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ СУШІННЯ ВПЛИВОМ ЗМІННОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ

4.1. Конструктивна схема конвеєрної технологічної транспортно- зневоднювальної системи сушіння подрібнених продуктів збагачення

У результаті досліджень було розроблено схему конструкції конвеєрної транспортно-зневоднювальної системи сушіння подрібнених продуктів збагачення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання.

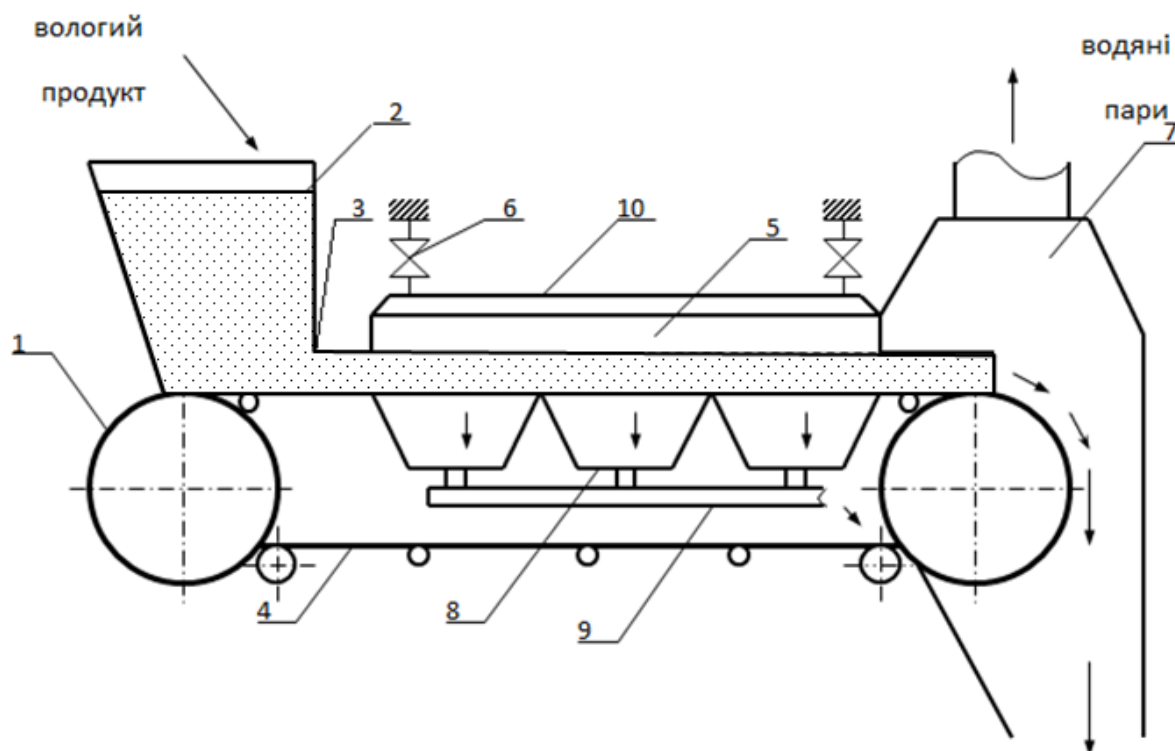


Рис 4.1. Установка для зневоднення подрібнених продуктів збагачення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання

1 – фільтротканина; 2 – бункер-живильник; 3 – розвантажувальна щілина; 4 – отвори; 5 – пластинчасті електроди; 6 – ізолятори; 7 – зонт; 8 – воронки; 9 – колектор; 10 – герметизувальний кожух

Установка (рис.4.1) складається з горизонтального стрічкового конвеєра 1, на початку якого встановлено бункер-живильник 2. Матеріал ущільнюється за рахунок власної ваги та через розвантажувальну щілину 3 потрапляє на стрічку конвеєра 3, обладнану отворами 4 для пропускання фільтрату й покриту фільтротканиною 1. Уздовж робочої гілки конвеєра підвішено пластинчасті електроди 5, занурені в матеріал на 60% та закріплені на ізоляторах 6 таким чином, що електроди контактують з верхнім шаром оброблюваного матеріалу. Електроди 5 з'єднані з шинами для підведення електроенергії. У кінці конвеєра встановлено зонт 7 для відведення водяної пари.

Під робочою гілкою конвеєра встановлено воронки 8 для прийому фільтрату. Воронки 8 з'єднані з колектором 9 для відведення фільтрату. Установка працює таким чином. Вологий матеріал, який підлягає зневодненню, подається з бункера-живильника 2 на рухому стрічку конвеєра й ущільнюється барабаном-ущільнювачем 3. Потім продукт надходить у простір між електродами 5 таким чином, що між електродами 5 і продуктом є електричний контакт. Електричний струм через електроди 5 протікає по рідкій фазі продукту й резистивно розігріває рідину, перетворюючи її на пару, у результаті чого підвищується тиск у зоні пароутворення. Завдяки підвищенню тиску в цій зоні, з нижньої зони видавлюється вільна капілярна волога, як при традиційній фільтрації під різницею тисків. Фільтрат збирається у воронки 8 і колектором 9 відводиться у хвіст каналу. Остаточне видалення парів рідини з активного шару (у вигляді пари) відбувається при розпушуванні продукту в момент розвантаження з конвеєра 1. Пари відводяться за допомогою зонту 7. Ізолятори 6 слугують для ізоляції електродів 5. Над електродами 5 встановлено герметизувальний кожух 10.

4.2. Методика розрахунку конструктивних і технологічних параметрів сушильної установки

Основними параметрами робочої зони є її довжина та відстань між електродами [4].

Вихідні дані: продуктивність установки G , т/год, початкова й кінцева вологість матеріалу u_0, u , %.

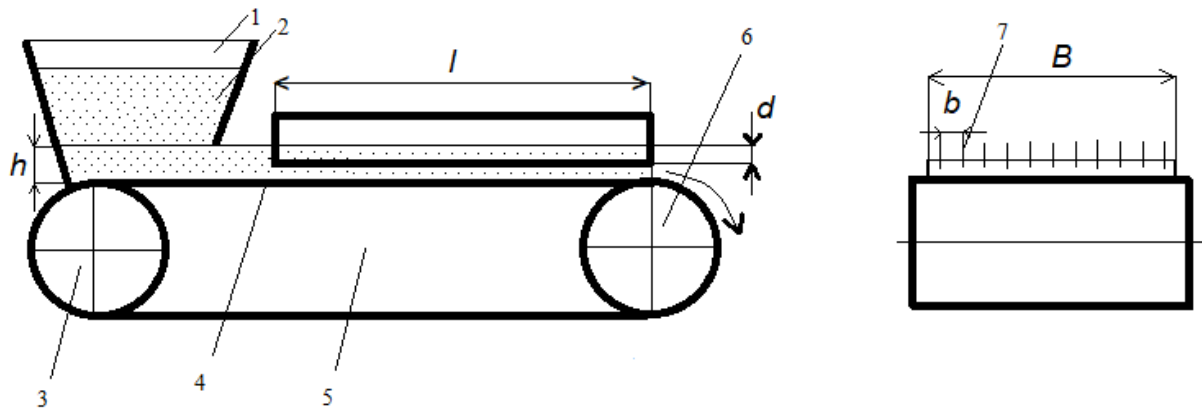


Рис 4.2. Конструктивна схема установки для зневоднення подрібнених продуктів збагачення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання

1 – бункер, 2 – матеріал, 3 – натяжний барабан, 4 – перфорована стрічка, 5 – стрічковий живильник, 6 – привідний барабан, 7 – електроди, l – довжина електродів; b – відстань між електродами; d – глибина занурювання електродів; h – висота шару матеріалу; B – ширина шару матеріалу на стрічці

1. Довжина робочої зони, м

$$l = v\tau, \quad (4.1)$$

де v – швидкість руху стрічки, м/с; τ – час, протягом якого матеріал повинен бути підданий сушінню, с.

2. Відстань між електродами, м

$$b = \frac{U}{E}, \quad (4.2)$$

де U – напруга, В; E – напруженість електричного поля, В/м ($E = 6,5-8,5$ – за результатами попередніх досліджень).

3. Глибина занурювання електродів, м

$$d = zh, \quad (4.3)$$

де z – ступінь занурення електродів, м, за результатами попередніх досліджень для шламів аглофабрик, приймається $z = 0,6$.

4. Продуктивність установки, т/год

$$G = 3600Bhv\gamma_n, \quad (4.4)$$

де G – продуктивність, т/год; B – ширина шару матеріалу на стрічці, м; h – висота шару матеріалу, м; γ_n – насипна маса матеріалу, т/м³.

Так як ширина шару матеріалу B дорівнює сумі всіх відстаней між електродами b , то

$$B = b(n - 1), \quad (4.5)$$

де b – відстань між сусідніми електродами, м; n – число електродів.

Отже, формула для розрахунку продуктивності сушильної установки (рис. 4.2.) матиме такий вигляд:

$$G = 3600hv\gamma_nb(n - 1). \quad (4.6)$$

4.2.1. Перевірочний розрахунок кінцевої вологості матеріалу

Для розрахунку кінцевої вологості матеріалу використовуємо такий алгоритм:

Початкові дані:

t_0 – початкова температура пластини, °С;

t_c – температура оточуючого середовища, °С;

u_0 – початкова вологість пластини, %;

t_m – температура по мокрому термометру, °С;

t_k – температура пластини після сушіння, °С;

x – точка визначення вологості в пластині;

ρ – радіус меніска капіляра, м;

$2\delta = B$ – ширина шару, м;

λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·град);

ρ_0 – щільність сухого матеріалу, кг/м³;

l – довжина пластини, м;

h – висота пластини, м;

U – напруга, В;

$\rho_{\text{ел}}$ – питомий електричний опір, Ом·м;

τ – час визначення вологості в пластині, с.

1. Ізохорна питома теплоємність, Дж/(моль·К)

$$c_v = (1 - u_0)c_{v1} + u_0c_{v2}, \quad (4.7)$$

де c_{v1} та c_{v2} – ізохорна теплоємність матеріалу та води.

2. Потужність внутрішніх джерел теплоти, Вт/м³

$$Q_v = \frac{Q}{V},$$

де $V = lBh$ – об'єм матеріалу між електродами, м³,

$$Q = \frac{U^2}{R},$$

$$R = \rho_{\text{ел}} \frac{B}{f},$$

$$f = hl,$$

де $\rho_{\text{ел}}$ – питомий електричний опір, Ом·м, який визначається за результатами попередніх досліджень.

Після підстановки одержуємо

$$Q_v = \frac{U^2}{\rho_{\text{ел}} l^2}. \quad (4.8)$$

3. Коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·град)

$$a = \frac{\lambda}{c_v \rho_0}. \quad (4.9)$$

4. Коефіцієнт дифузії рідини, м²/с

$$a_{m2} = D_0 \cdot \left(\frac{273 + t_{sr}}{273} \right)^{1,8}, \quad (4.10)$$

де D_0 – коефіцієнт дифузії при нормальних умовах,

t_{sr} – середня температура пластини.

5. Коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·град)

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_B}{2\delta}, \quad (4.11)$$

де Nu –число Нусельта,

$$Nu = 0.75(GrPr)^{0.25},$$

Gr –число Грасгофа,

$$Gr = \frac{g(2\delta)^3}{\nu^2} \beta_1(t_{sr} - t_0),$$

β_1 – коефіцієнт температурного розширення, K^{-1} ,

Pr –число Прандтля,

$$Pr = \frac{\nu}{a_1},$$

a_1 – коефіцієнт теплопроводності повітря,

$$a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1}.$$

6. Інтенсивність масообміну, $kg/(m^2 \cdot s)$

$$q'_2 = \beta \cdot \Delta p, \quad (4.12)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення,

$$\beta = \frac{Nu_D a_{m2}}{2\delta},$$

Nu_D – число Нусельта дифузійне

$$Nu_D = 0.75(Gr_D Pr_D)^{0.25},$$

Gr_D –число Грасгофа дифузійне

$$Gr_D = \frac{\Delta p}{\rho_B} \cdot \frac{g(2\delta)^3}{\nu^2},$$

Δp – різниця парціальних тисків пару [57]

$$\Delta p = \frac{p_1 - p_2}{R \cdot T_{sr}},$$

$$\lg p_1 = \frac{8.12 \cdot t_{sr} + 156}{t_{sr} + 236}, \quad \lg p_2 = \frac{8.12 t_m + 156}{t_m + 236},$$

$$p_1 = 133.3210^{\lg p_1}, \quad p_2 = 133.3210^{\lg p_2},$$

Pr_D – число Прандтля дифузійне

$$Pr_D = \frac{\nu}{a_{m2}}.$$

7. Відносний коефіцієнт термодифузії, кг/кг·град

$$\delta_2 = \frac{-\Delta c}{1000\Delta T} \cdot \frac{1}{d_1(1-d_1)}, \quad (4.13)$$

де ΔT – різниця початкової температури з температурою мокрого термометра.

$$\Delta T = t_0 - t_m,$$

Δc – різниця вологовмісту повітря

$$\Delta c = d_1 - d_2,$$

$$d_{1,2} = \frac{0.622p_{1,2}}{10^5 - p_{1,2}}.$$

8. Число Біо

$$Bi = \frac{a\delta}{\lambda}. \quad (4.14)$$

Коефіцієнт μ_n визначається залежністю від числа Біо.

9. Кінцева вологість матеріалу, %

$$\begin{aligned} u(x, \tau) = & u_0 - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \left(t_c - t_0 - \frac{\rho q_2'}{\alpha} \right) \cdot \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin(\mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}})\mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} - \delta_2 \frac{\sqrt{a_{m2}}}{a_{m2} - a} \frac{Q_v}{c_v \rho_0} \left[\frac{a - a_{m2}}{a \sqrt{a_{m2}}} (x^2 - \frac{\delta^2}{2}) + \frac{\delta^2}{a} \cdot \right. \\ & \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{a} \frac{\sin(\mu_n)}{\sin(\sqrt{\frac{a}{a_{m2}}})\mu_n} \cos(\mu_n) \sqrt{\frac{a}{a_{m2}}} \frac{x}{\delta} - \sqrt{a_{m2}} \cos(\mu_n) \frac{x}{\delta} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n^2 (\mu_n + \cos(\mu_n) \sin(\mu_n))} e^{-\mu_n^2 \frac{a}{\delta^2} \tau} \Big] - \\ & \left. - \frac{q_2'}{\sqrt{a_{m2}} \rho_0} \left[\frac{\sqrt{a_{m2}}}{\delta} \tau + \frac{1}{2\delta \sqrt{a_{m2}}} \left(x^2 - \frac{\delta^2}{2} \right) \right] \right]. \quad (4.15) \end{aligned}$$

Відносна похибка була розрахована для кожного дослідження за формулою:

$$\Delta = \frac{u_{\text{досл}} - u_{\text{розр}}}{u_{\text{досл}}}. \quad (4.16)$$

Середнє відхилення розрахункових і дослідних даних не повинне перевищувати 12%.

4.3. Техніко-економічне обґрунтування застосування транспортно-зневоднювальної системи для зневоднення подрібнених продуктів збагачення

Порівняння використання комбінованого методу сушіння подрібнених продуктів збагачення з внутрішніми джерелами теплоти з найбільш ефективними методами сушіння наведено в табл. 4.1.

Таблиця 4.1. Техніко-економічний ефект використання комбінованого методу сушіння тонкодисперсних матеріалів внутрішніми джерелами теплоти (зміна вологості 14-8%)

Метод сушіння	Конвективний	Контактний	Струмами високої частоти	Прямим впливом електричного струму	Комбінований внутрішніми джерелами теплоти
1	2	3	4	5	6
Величина витрати умовного палива на видалення вологи, кг/кг	0,225	0,365	0,275	0,1	0,08

1	2	3	4	5	6
Кількість умовного палива для сушіння залізорудного концентрату, кг/т	13,5	21,9	16,5	6	4,8
Вартість сушіння 100 т концентрату станом на 2021 рік, грн	7563	12268	9243	3361	2689

Вартість 1 т умовного палива на 2021 рік становить 5602 грн.

Використання комбінованого методу сушіння внутрішніми джерелами теплоти дозволяє одержати економію умовного палива в 25% на кожну тону залізорудного концентрату в порівнянні з методом сушіння прямим впливом електричного струму. Таблицю зображено на рис. 4.3.

З графіку видно, що комбінований метод сушіння подрібнених продуктів збагачення з внутрішніми джерелами теплоти має найменші питомі витрати електроенергії в порівнянні з іншими відомими методами.

Установка (рис. 4.1.) рекомендована до впровадження на підприємствах гірничо-металургійного комплексу для зменшення вологості продуктів збагачення та шихтових матеріалів агломераційного та огрудкувального виробництва, що дозволяє збільшити якість кінцевої продукції та зменшити її собівартість.

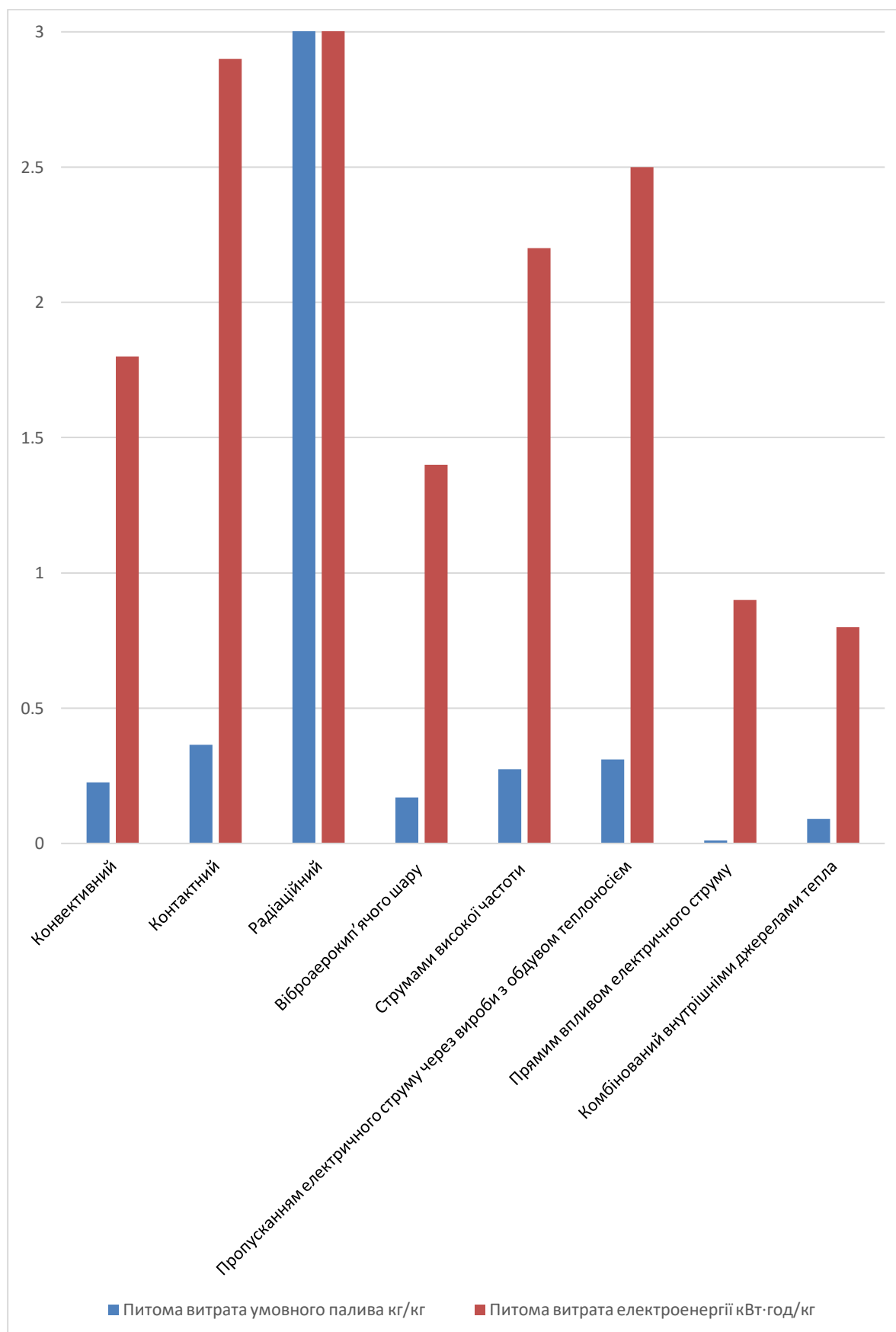


Рис. 4.3. Техніко-економічні показники різних способів сушіння продуктів збагачення

4.4. Висновки

1. Розроблено конструктивну схему промислової установки для зневоднення подрібнених продуктів збагачення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання.

2. Розроблено методику й виведено формули для розрахунку конструктивних і технологічних параметрів сушильної установки.

3. Проведено техніко-економічне обґрунтування застосування конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи сушіння тонкодисперсних продуктів збагачення, що дозволяє отримати економію умовного палива в 25% на кожен тонну залізорудного концентрату в порівнянні з іншими методами.

4. Розроблено рекомендації з промислового використання установки для сушіння подрібнених продуктів збагачення комбінованим способом.

ВИСНОВКИ

У результаті виконаних теоретичних та експериментальних досліджень одержано нове розв'язання **актуального наукового завдання** установлення закономірностей процесу сушіння тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму, що дозволило розробити нове технічне рішення для зниження вологості тонкодисперсних продуктів збагачення.

Основні наукові та практичні висновки й результати дисертаційної роботи:

1. Аналіз сучасних методів сушіння тонкодисперсних матеріалів дозволив виявити основні проблеми галузі (екологічність, енергоефективність) та знайти найбільш ефективні методи інтенсифікації процесу сушіння. Було визначено оптимальний режим сушіння з урахуванням технологічних вимог до якості висушеного продукту.

2. На підставі фізичних уявлень про процес сушіння капілярно-пористого матеріалу побудовано математичну модель, що зв'язує за допомогою рівнянь математичної фізики температуру й вологовміст у пластині з капілярно-пористого матеріалу.

3. Шляхом застосування теорії подібності та аналізу розмірностей уніфіковано математичну модель процесу сушіння пластини з капілярно-пористого матеріалу, що дозволило при фізичному моделюванні отримувати узагальнені висновки.

4. У результаті проведених лабораторних досліджень на спеціально розробленій дослідній установці доведено ефективність процесу сушіння прямим впливом електричного струму для тонкодисперсних матеріалів.

5. Установлено, що зі збільшенням часу дії електричного струму до певного значення вологість матеріалу знижується, причому час дії електричного струму має вибиратися індивідуально залежно від початкової вологості матеріалу (електропровідності матеріалу) і параметрів процесу.

6. Перевірено адекватність одержаних математичних залежностей для величини кінцевого вологовмісту, часу сушіння матеріалу та питомої втрати енергії. Середнє відхилення розрахункових і дослідних показань для всього діапазону даних становить 5%; максимальне не перевищує 12%.

7. Виявлено, що найбільшу ефективність витискання крапельної вологи можна досягти при зануренні електродів на 60-65% у шар матеріалу за рахунок утворення зон термічного сушіння й фільтрування.

8. Виявлено, що мінімізація питомих витрат енергії при комбінованому методі зневоднення досягається при напруженості змінного електричного струму від $6,5 \cdot 10^3$ до $8,5 \cdot 10^3$ В/м, що дозволяє вибрати раціональну відстань між електродами установки.

9. Доведено, що при сушінні внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагрівання шлаків аглофабрики з початковою вологістю 15-20% раціональний час сушіння повинен обиратися в межах 35-45 с до кінцевої вологості 10%, що забезпечує мінімізацію питомих втрат енергії до 0,8 кВт·год на 1 кг видаленої вологи.

10. Розроблено схему конструкції, методику й виведено формули для розрахунку конструктивних і технологічних параметрів, продуктивності установки для сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд комбінованим способом.

11. Розроблено рекомендації з промислового використання конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи для сушіння подрібнених продуктів збагачення залізних руд комбінованим способом.

12. Проведено техніко-економічне обґрунтування застосування конвеєрної технологічної транспортно-зневоднювальної системи сушіння тонкодисперсних продуктів збагачення, що дозволяє отримати економію умовного палива в 25% на кожну тонну залізорудного концентрату в порівнянні з іншими методами.

Список використаних джерел

1. Zamytskyi O. V., Holiver N. O., Bondar N. V., Kradozhon S. O. Mathematical model of the process of drying fine dispersed materials under the influence of alternating electric current. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2021. No. 3. P. 51–56. DOI: 10.33271/nvngu/2021-3/051.
2. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Інноваційні технології в процесі сушки тонкодисперсних матеріалів. *Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць*. Кривий Ріг, 2019. Вип. 48. С. 83–88. DOI: 10.31721/2306-5451-2019-1-48-83-88.
3. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Лабораторні, дослідження комбінованого методу зневоднення внутрішніми джерелами теплоти в умовах електричного нагріву. *Вісник ВПІ*. Вип. 1. С. 21–27, Берез. 2022. DOI: 10.31649/1997-9266-2022-160-1-21-27.
4. Замицький О. В., Крадожон С. О. Методика розрахунку конструктивних та технологічних параметрів установки для комбінованої сушки продуктів збагачення прямим впливом змінного електричного струму. *Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць*. Кривий Ріг, 2021. Вип. 53, С.126-131. DOI: 10.31721/2306-5451-2021-1-53-126-131.
5. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Дослідження сучасного стану питання сушки тонко дисперсних матеріалів // Сучасні технології розробки рудних родовищ. Еколого-економічні наслідки діяльності підприємств ГМК. До 85-річчя заснування НДГРІ : збірник наукових праць за результатами роботи V Міжнародної науково-технічної конференції (Кривий Ріг, 23–24 листопада 2018 р.) / Кривий Ріг : Вид. Р. А. Козлов, 2018. С. 78-79
6. Замицький О. В., Бондар Н. В., Крадожон С. О. Способи інтенсифікації сушіння тонкодисперсних матеріалів в гірничій промисловості // Всеукраїнська науково-практична конференція студентів та молодих учених

- «Актуальні питання енергоефективності гірничо-металургійного виробництва». Кривий Ріг, 2019 р., С. 42.
7. Zamytskyi O. V., Holiver N. O., Kradozhon S. O. Research of state-of-the-art issues of drying fine materials // Розширюючи обрії: зб. тез тринадцятого міжнар. форуму студ. і молодих учених, 19 – 20 квітня 2019 р., м. Дніпро / за ред. С.І. Кострицької; М-во освіти і науки України; Дніпровська політехніка. Д.: ДП, 2019, С. 89-90.
 8. Замицький О. В., Крадожон С. О. Дослідження методу сушки тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму // Topical issues of science and practice, Abstracts of VII International Scientific and Practical Conference London, Great Britain November 02-06, 2020, С. 718-721.
 9. Замицький О. В., Крадожон С. О. Економічний метод сушки тонкодисперсних матеріалів впливом змінного електричного струму // Proceedings of IV International Scientific and Practical Conference Kharkiv, Ukraine 1-3 November 2021, С. 326-329.
 10. Атаманюк В. М. , Гумницький Я. М. Наукові основи фільтраційного сушіння дисперсних матеріалів: монографія М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. ун-т "Львів. політехніка", Вид-во Львів. політехніки, 2013, 256 с.
 11. В. С. Білецький Мала гірнича енциклопедія. Східний видавничий дім, 2013, Т. 3, 644 с.
 12. Опекунов В. В., Минюк Г. Е., Савеня Д. Н. Строительное материаловедение. Лабораторный практикум : учеб.-метод. пособие. В 2 ч. Ч. 1 под общ. ред. В.В. Опекунова. Гродно :ГрГУ, 2011, 135 с.
 13. Смирнов В. О., Сергеев П. В., Білецький В. С. Технологія збагачення вугілля: навчальний посібник. Донецьк: Східний видавничий дім, 2011, 476 с.

14. Способ сушки продуктов обогащения углей: пат. 2379329. Российская Федерация, МПК C10B 49/12, Шумков С. И.; Головин Г. С.; Скрипченко Г.Б., Рубан В. А., Опубл. 20.01.2010.
15. Безродный М. К., Минаковский В. М. Электрофизические характеристики объектов сушки, Київ, ТОВ «Видавництво «Факт», 2008, 160 с.
16. Поплавко Ю. М. Фізика діелектриків, Київ : НТУУ «КПІ», 2015, 572 с.
17. Берник П. С., Паламарчук И. П., Зозуляк И. А. Анализ конструкций вибрационных сушилок для сыпучей сельскохозяйственной продукции *Вибрации в технике и технологиях: Всеукраин НТЖ*, Вінниця, 1998, № 2 (6), С. 14–21.
18. Ананьев П. П., Гридин О. М, Самарханова А. С. Взаимосвязь свойств и электромеханической чувствительности природных минералов, Горный информационно-аналитический бюллетень 2008, №5, С. 184-189.
19. Беспалько А. А., Яворович Л. В., Федотов П. И. Связь параметров электромагнитных сигналов с электрическими характеристиками горных пород при акустическом и квазистатическом воздействиях, Томский политехнический университет, Режим доступа до ресурсу: <https://core.ac.uk/download/pdf/53065023.pdf>
20. Храмов А. Н., Субботин М. Ю. Повышение эффективности сушки сыпучих материалов за счет интенсификации конвективного теплообмена, *Вестник ИрГТУ*, №6 (89), 2014, С. 161-165.
21. Клейн Г. К. Строительная механика сыпучих тел, Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1977. С. 34.
22. Ребиндер П. А. Всесоюзное научно-техническое совещание по интенсификации процессов сушки, М: Профиздат, 1958. С. 14.
23. Корнієнко Я. М., Сачок Р. В., Процеси переносу в дисперсних системах: навчальний посібник, Київ, 2011.
24. Лукин Б. Н., Курочкина М. И. Очистка вентиляционных выбросов в химической промышленности, Л.: Химия. 1980, С. 232.
25. Муштаев В. И., Ульянов В. М. Сушка дисперсных материалов, С. 51.

26. Поляшенко С. О., Єсіпов О. В., Шуляк М. Л. Основи теплообміну, Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка, 2020.
27. Данилов О. Л., Леончик Б. И. Экономия энергии при тепловой сушке, М. 1986. – С. 135.
28. Полулях А. Д. Особенности современных технологий углеобогащения, Збагачення корисних копалин: наук.-техн. зб., Дніпропетровськ, вип. 17(58), 2020, С. 3-6.
29. Жужиков В. А. Фильтрование, Теория и практика разделения суспензий, М.: Химия, 1980, 398 с.
30. Фридман С. Э., Щербаков О. К., Комлев А. М. Обезвоживание продуктов обогащения, М.: Недра, 1988, С. 240.
31. Гарковенко Е. Е., Назимко Е. И., Самойлов А. И. и др. Особенности флотации и обезвоживания тонкодисперсных углесодержащих материалов, Донецк, Норд-Пресс, 2002, С. 266.
32. Пилов П. И. Распределение частиц твердой фазы в турбулентном потоке жидкости при выделении осадка, *Науковий вісник НГА України*, 1998, №1, С. 74-77.
33. Полулях А. Д., Ищенко О. В. Состояние подготовки и обогащение машинных классов рядового угля в Украине, Збагачення корисних копалин: наук.-техн. зб., Дніпропетровськ, 2005, вип. 23 (64), С. 21-26.
34. Кофанов А. С., Вертола Л. Т., Абрамюк С. Ф. и др. Пути снижения влажности флотоконцентрата и тонкого шлама, Збагачення корисних копалин: наук.-техн. зб., Дніпропетровськ, 2005, вип. 23(64), С. 142-146.
35. Дерягин Б. В., Чураев Н. В., Овчаренко Ф. Д. и др. Вода в дисперсных системах, М.: Химия, 1989, 288 с.
36. Корягин А. А. Сушильные аппараты и установки, каталог, 1989, С. 11.
37. Фролов В. Ф. Моделирование сушки дисперсных материалов, Л.: Химия, 1987, С. 208.

38. Рудобашта С. П. Математическое моделирование процесса конвективной сушки дисперсных материалов, *Известия Академии наук, Энергетика*, 2000, №4, С. 98-109.
39. СВЧ-Установка для сушки сыпучих материалов: пат. 2255434 Российская Федерация, МПК H05B6/64, Антипов С. Т., Казарцев Д. А., Павловский М. Ю., заявитель и патентообладатель Государственное образовательное учреждение Воронежская государственная технологическая академия, №2003132579/09, 06.11.2003.
40. Установка для высокочастотной сушки диэлектрических материалов: а.с. 1281845 СССР, 26В 3/347, Заманский И. Б., Коев В. Х., Родионова О. П., Трошина Г. А., №3894221/24-06, заявл. 11.05.85, опубл. 07.01.87, Бюл.№1.
41. Способ сушки изделий из капиллярно-пористых материалов: а.с. 1015206 СССР, 26В 3/34, 5/14, 5/16, Пиевский И. М., Мильштейн И. З. №3363112/24-06, заявл. 04.12.81, опубл. 30.04.83, Бюл. № 16.
42. Замицкий О.В.Экологически чистый способ доводки тонкодисперсных продуктов обогащения по влажности, *МГТУ*, М. 1995, № 3, С. 82-84.
43. Каварма И. И.,Замицкий О. В. Основные закономерности обезвоживания прямым воздействием электрического тока, *Деп. рук. в ГНТБ Украины*, 1994.
44. Способ сушки влажных сыпучих материалов: пат. 2143655 Российская Федерация, МПК F26B3/34, Ефимов В. Н.; Сидоренко Ю. А.; Агафонов Д. А., Ельцин С. И., заявитель и патентообладатель ОАО "Красноярский завод цветных металлов", № 98113499/06, заявл. 13.07.98, опубл. 27.12.99, Бюл. № 2.
45. Замицкий О. В. Разработка способа и технических средств доводки по влажности тонкодисперсных продуктов обогащения прямым воздействием переменного электрического тока: диссертация на соискание ученой степени канд. техн. наук: 05.15.16. Криворожский технический университет, Кривой Рог, 1995, С. 29.

46. В. В. Богачук, О. М. Головченко, В. В. Кухарчук, Математична модель процесу конвективного сушіння сипких матеріалів, *Вісник ВПІ*, 2005, №3, С.67.
47. Васильев А. А., Будников Д. А., Васильев А. Н. Математическое описание теплообмена в зерне при воздействии поля СВЧ. *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*, (101), 2014, С. 1793-1810.
48. Хабибуллин И. Л., Хамитов А. Т., Назмутдинов Ф. Ф. Моделирование процессов тепло-и массоопереноса в пористых средах при фазовых превращениях, инициируемых микроволновым нагревом. *Теплофизика высоких температур*, 52(5), 2014, С. 727-733.
49. Лыков А. В. Теория сушки, М.: Энергия, 1968, 472 с.
50. Тихонов И. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Наука, 1980, 352 с.
51. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа, М.: Наука, 1980, 337 с.
52. Гухман А. А. Введение в теорию подобия, М.: Высшая школа, 1973, 296 с.
53. Мартыненко В. С. Операционное исчисление, К.: Высшая школа, 1990, 359 с.
54. Штокало И. З. Операционное исчисление, К.: Наукова думка, 1972, 303 с.
55. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике М.: Наука, 1987, 430 с.
56. Баренблатт Г. И. Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг: пер. с англ.: Учебное пособие, Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2009, 216 с.
57. Нестеренко А. В. Основы термодинамических расчетов вентиляции и кондиционирования воздуха, М.: Высшая школа, 1974, 460 с.
58. Сажин В. Б., Сажина М. Б. Выбор и расчет аппаратов с взвешенным флоем, М., 2001, 336 с.

59. Сажин Б. С., Сажин В. Б. Научные основы техники сушки, М.: Наука, 1997, 448 с.
60. Коновалов В. И., Кудра Т. А., Гатапова Н. Ц. Новые зарубежные исследования в области сушки и термообработки: результаты и тенденции (1. Библиография. 3. Программное обеспечение), *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та*, 2008, Т. 14, № 3, С. 530–537.
61. Arun S. Mujumdar Innovation in drying techniques and future trends. Springer-Verlag, Tokyo, 2001, P. 63-75.
62. Helmuth Resch High-frequency electric current for drying of wood – historical perspectives, *Maderas, Ciencia y tecnología*, 8(2), 2006, P. 67-82.
63. Сушилка с виброкипящим слоем :декл. пат. 2303219, Российская Федерация, МПК F26B3/092, Кочетов С. С.; Кочетова М. О., Львов Г. В., Кочетов С. С., Кочетов О. С., Опубл. 20.07.2007.
64. Киселева Т. Ф. "Технология сушки: Учебно-методический комплекс", Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, Кемерово, 2007, 117 с.
65. Dobrotvorskiy S., Dobrovolska L., Basova Y., Aleksenko B. Diagnostics of uneven heating of the adsorbent by microwave radiation and measures to increase the uniformity of its heating, *Periodica Polytechnica Chemical Engineering*, 63(4), 2019, P. 640-649.
66. Засельський В. Й., Швед І. В., Шепеленко М. І. Функціонування робочого органу змішувача при горизонтальному русі шару матеріалу на конвеєрі. *Вісник Криворізького національного університету*, 2020. Вип. 50. С. 45–50.
67. Oleynik T. A., Lyashenko V. I., Chekushina T. V., Oleynik M.O. Substantiation of efficiency and ecological safety of technologies and cyclone plants of a new generation in iron ore dressing and processing. *Chernye Metally*, vol. 2021, no. 5, P. 10-16.
68. Савельєв С. Г., Кондратенко М. М., Бабаєвська О. В. Оцінка методики визначення впливу висоти шару аглошихти на його структурну міцність *Гірничий вісник : наук.-техн. зб. Кривий Ріг*, 2020. Вип. 107. С. 122–127.

Додаток А

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

Криворізького

національного університету

Бровко Д.В.

лютого 2023 р.



ДОВІДКА

**про використання результатів дисертаційної роботи аспіранта
Крадожона С.О. у навчальному процесі**

Результати дисертаційної роботи аспіранта Крадожона Сергія Олександровича використовуються у навчальному процесі Криворізького національного університету на кафедрі Гірничих машин та обладнання при підготовці здобувачів 3-го рівня за спеціальністю 133 – Галузеве машинобудування при викладанні дисципліни «Теоретичні основи енергетичних перетворень».

Завідувач кафедри гірничих
машин та обладнання,
к.т.н., доц.

Хруцький А.О.

Додаток Б**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Перший проректор
Криворізького
національного університету
Чубаров В.А.
_____ 2023 р.

ДОВІДКА**про використання результатів дисертаційної роботи аспіранта
Крадожона С.О. у навчальному процесі**

Результати дисертаційної роботи аспіранта Крадожона Сергія Олександровича використовуються у навчальному процесі Криворізького національного університету на кафедрі Теплоенергетики при підготовці здобувачів за спеціальністю 144 – Теплоенергетика при викладанні дисципліни «Теплотехнологічні процеси та установки» та при виконанні кваліфікаційних робіт магістра.

Завідувач кафедри теплоенергетики,
д.т.н., проф.

Замицький О.В.